

РАСЧЕТ ФУНКЦИЙ ГРИНА В МЕТОДЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПСЕВДОИСТОЧНИКОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ В КЛАСТЕРНЫХ ЯЧЕЙКАХ ТИПА РБМК

Султанов Н.В. (НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия)

Введение

Функции Грина уравнения переноса нейтронов в бесконечных однородных средах используются в методе поверхностных псевдоисточников для расчета нейтронных полей в ячейках ядерных реакторов. Ранее рассматривались ячейки с плоской симметрией [1], затем цилиндрической [2] и сферической [2] симметриями. Функции Грина, обе части которой записаны в одной системе координат, для двумерной геометрии получены в работе [3]. Функции Грина, обе части которой записаны в разных системах координат, можно найти в работе [4] для двумерной геометрии. В данной работе будут получены функции Грина для кластерных зон ячеек типа РБМК (рис.1). Данная методика может быть распространена на расчеты кассет типа ВВЭР-1000, быстрых реакторов и других типов реакторов.

1. Метод поверхностных псевдоисточников

В методе поверхностных псевдоисточников [5] функция распределения нейтронов в зоне z имеет следующий вид

$$\Psi^z(x) = \int_y S^z(y) G^z(y/x) dy + \int_{s_y} g(y) G^z(y/x) dy \quad (1)$$

где x, y – совокупность пространственных r и угловых переменных Ω ;

z – индекс зоны;

$S^z(y)$ – функция, совпадающая с функцией источника нейтронов в пределах зоны z и естественным образом продолженная вне ее;

$G^z(y/x)$ – функция Грина для однородной бесконечной среды с теми же сечениями, что и в зоне z ;

$g(y)$ – поверхностные псевдоисточники зоны z , расположенные на ее поверхностях.

Двумерная функция Грина [3] представляется через регулярные $\phi_{v,p}^l(r, \Omega)$ [6] и сингулярные $\psi_{v,p}^l(r, \Omega)$ [6] вещественные цилиндрические элементарные решения двумерного уравнения переноса нейтронов в виде

$$G(r, \Omega/r', \Omega') = \begin{cases} \sum_{p=0}^1 \sum_{l=0}^{\infty} \int_V \frac{[\psi_{v,p}^l(r', \Omega')]^+ [\phi_{v,p}^l(r, \Omega)]}{vN(v, m, p)} dv \dots r' \geq r \\ \sum_{p=0}^1 \sum_{l=0}^{\infty} \int_V \frac{[\phi_{v,p}^l(r', \Omega')]^+ [\psi_{v,p}^l(r, \Omega)]}{vN(v, m, p)} dv \dots r' \leq r \end{cases} \quad (2)$$

где для l четных

$$\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{k=0}^n \frac{1}{1+\delta_{k,0}} P_{k,0}^n\left(\frac{\Omega \rho}{\rho}\right) 2 \cos k \phi_p * \left\{ F_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) 4 \cos p \alpha_0 \delta_{k, \text{even}} + \tilde{F}_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) 4 \sin p \alpha_0 \delta_{k, \text{odd}} \right\} \quad (3)$$

где $F_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\rho c h \varsigma / v} [P_{l,k}^n(-c h \varsigma) + (-1)^k P_{l,-k}^n(-c h \varsigma)] \cos p \varsigma d\varsigma$

$\tilde{F}_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{\rho c h \varsigma / v} [P_{l,k}^n(-c h \varsigma) - (-1)^k P_{l,-k}^n(-c h \varsigma)] \sin p \varsigma d\varsigma$

$$\text{где } A_n^l(v) = \begin{cases} P_n(v) - cv[Q_0(v)P_n(v) - Q_n(v)] \dots \text{when } v \in [-1,1] \\ cv_0 Q_0(v_0) \dots \dots \dots \text{when } l = 0 \\ P_{l,0}^n(v_0)(-1)^l, \dots \dots \text{when } l \neq 0 \end{cases}$$

для m нечетных

$$\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{k=0}^n \frac{1}{1+\delta_{k,0}} P_{k,0}^n\left(\frac{\Omega \rho}{\rho}\right) 2 \cos k \phi_\rho * \quad (4)$$

$$\left\{ -F_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) 4 \sin p \alpha_0 \delta_{k,k_{\text{odd}}} + \tilde{F}_{k,l}^{n,p}\left(\frac{\rho}{v}\right) 4 \cos p \alpha_0 \delta_{k,k_{\text{even}}} \right\}$$

Двумерные регулярные цилиндрические решения имеют вид выражений (3) и (4), в которых функции $F_{m,l}^{n,p}\left(\frac{R}{v}\right)$ и $\tilde{F}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{R}{v}\right)$ заменены на $\Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{R}{v}\right)$ и $\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{R}{v}\right)$ соответственно.

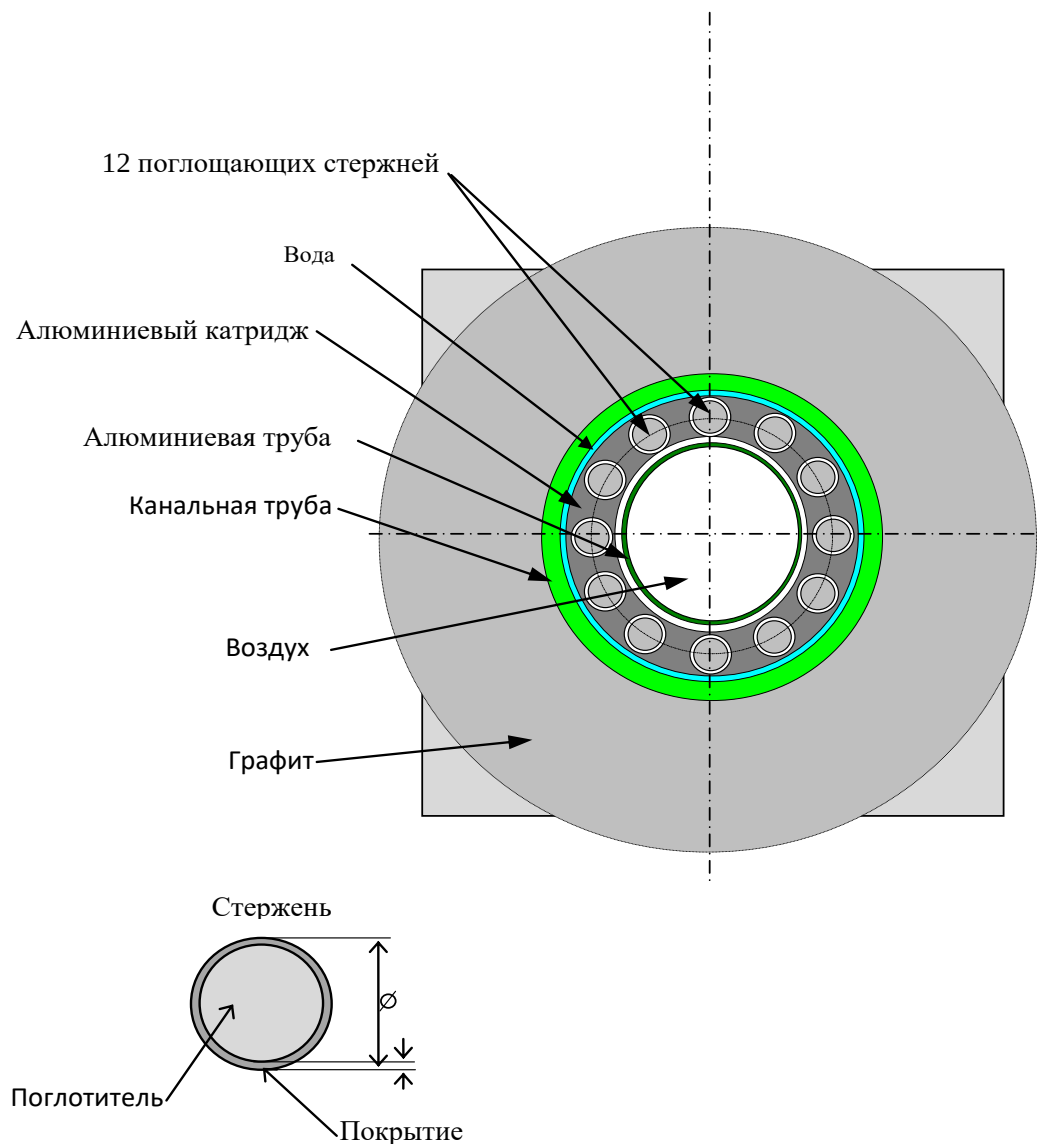


Рис. 1. Ячейка РБМК с кластерным регулирующим органом (КРО)

При численном решении уравнения переноса нейтронов в методе поверхностных псевдоисточников [5] на границах кластерной зоны (рис. 1) будут приравниваться пространственные и угловые моменты функции распределения нейтронов (1). В качестве

примера кластерной ячейки типа РБМК будем рассматривать ячейку РБМК с кластерным регулирующим органом (рис. 1.). В рассматриваемой ячейке мы видим одну кластерную зону типа РБМК со стержнями поглотителями. Из рис. 1. видно, что нам потребуются функции Грина, разные части которых должны быть записаны в координатах канала (на внутренней и внешней поверхностях кластерной зоны канала) и поглощающих блоков (на поверхностях поглощающих блоков кластерной зоны).

Функцию распределения нейтронов в кластерной зоне с поглощающими блоками (рис. 1) при постоянной плотности объемных источников можно записать в виде

$$\Psi^z(r, \Omega) = \frac{q^z}{\Sigma_a^z} + (G^z(x), \delta(r - r_s)g^z), \quad (5)$$

где q^z – плотность источников нейтронов в зоне z ;

Σ_a^z – сечение поглощения в зоне z ;

$(G^z(x), \delta(r - r_s)g^z) = \int_y G^z(y/x)g^z(y)dy$ – скалярное произведение.

Таким образом, мы перешли в формуле (5) от непрерывных переменных r, Ω к набору дискретных $k = \{\rho_i^j, p, n, m\}$, раскладывая поверхностные псевдоисточники и функции Грина в тригонометрический ряд по аксиальному углу α и по сферическим гармоникам $Y_n^m(\Omega)$ и подставляя полученные разложения в выражение (1). Отметим, что на поверхностях канала будет рассмотрена цилиндрическая симметрия, а поверхностях поглотителей разложение по азимутальному углу будет рассмотрено до $p=1$.

2. Функции Грина в цилиндрической системе координат канала

Начнем рассмотрение функций Грина (2), записанных в системе поглотителя, на внутренней и внешней поверхностях канала. Обратим наше внимание на вид функции Грина в цилиндрической системе координат поглотителя. (2) Как видно из этого выражения, при переходе к системе координат канала преобразованию подвергается только вещественное сингулярное цилиндрическое элементарное решение $\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega)$. Оно уже преобразовано к новой системе координат в работе [4]. При этом выделяются два случая.

2.1. Случай, когда $\rho \leq r$ (рис. 2)

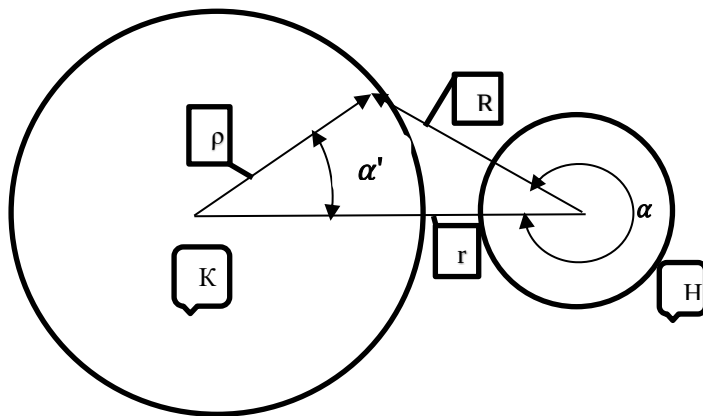


Рис. 2. Координаты и углы для случая, когда $\rho \leq r$

Вещественное сингулярное цилиндрическое элементарное решение $\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega)$, записанное в системе координат канала имеет следующий вид:

$$\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \left[\sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{m'=0,2}^n \frac{1}{1+\delta_{m',0}} \bar{\Phi}_{m',l}^{n,0} \left(\frac{\rho}{v} \right) P_{m',0}^n(\cos\theta) 2\cos m' \varphi \right] K_p \left(\frac{r}{v} \right), \quad (6)$$

$$\text{где } \bar{\Phi}_{m',l}^{n,0} \left(\frac{\rho}{v} \right) = \sum_{l''=0}^n \frac{1}{1+\delta_{l'',0}} P_{m',l''}^n(0) [P_{l'',l}^n(0) + P_{l'',-l}^n(0)] (-1)^{l''} I_{l''} \left(\frac{\rho}{v} \right),$$

l четное.

Отметим, что в формуле (6) выражение в квадратных скобках есть не что иное, как регулярное цилиндрическое элементарное решение в системе координат канала. Следовательно, наше преобразование сингулярного элементарного решения, записанного в системе координат поглощающего блока, к системе координат канала превратило это сингулярное решение в произведение регулярного решения в системе координат канала на модифицированную функцию Бесселя третьего рода от расстояния между началом старой и новой систем координат, причем индекс модифицированной функции Бесселя третьего рода совпадает с номером аксиальной гармоники преобразуемого сингулярного решения. Отметим, что здесь мы предположили, что функция распределения цилиндрически симметрична на этой внутренней поверхности канала кластерной зоны (формула (31) работы [4] при $p=0$).

Подставляя преобразованное сингулярное решение (6) в формулу (2), получим функцию Грина от источника, записанного в цилиндрических координатах поглощающего блока, в точках, записанных в цилиндрической системе координат канала в виде

$$G(\rho', \alpha', \Omega' / \rho, \alpha, \Omega) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \int_v \frac{[\phi_{v,p}^l(\rho', \alpha', \Omega')]^+ \phi_{v,p}^l(\rho, \Omega)}{vN(v, l, p)} K_p \left(\frac{r}{v} \right) dv \quad (7)$$

2.2. Случай, когда $\rho > r$ (рис. 3.)

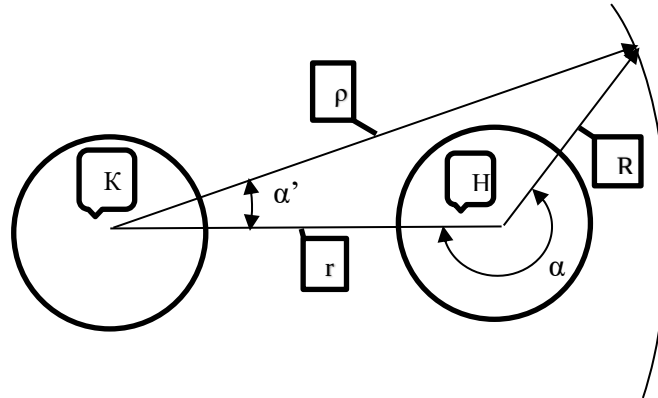


Рис. 3. Координаты и углы для случая, когда $\rho \geq r$

Этот случай нужен для получения функции Грина от источника, расположенного на внешней поверхности поглощающего блока, на внешней поверхности канала кластерной зоны. Так же, как и в предыдущем случае, мы предполагаем, что функция распределения цилиндрически симметрична на этой внешней поверхности канала кластерной зоны (см. формулу (45) работы [4]).

$$\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \left[\sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{m'=0,2}^n \frac{1}{1+\delta_{m',0}} F_{m',l}^{n,0} \left(\frac{\rho}{v} \right) 2Y_n^{m'}(\Omega) \right] (-1)^p I_p \left(\frac{r}{v} \right), \quad (8)$$

$$\text{где } F_{m',l}^{n,0} \left(\frac{\rho}{v} \right) = \sum_{l''=0}^n \frac{i^{l+m'}}{1+\delta_{l'',0}} P_{m',l''}^n(0) [P_{l'',l}^n(0) + P_{l'',-l}^n(0)] K_{l''} \left(\frac{\rho}{v} \right)$$

l четное.

Отметим, что в формуле (8) выражение в квадратных скобках есть не что иное, как сингулярное цилиндрическое элементарное решение в системе координат канала. Подставляя преобразованное сингулярное решение (8) в формулу (2), получим функцию

Грина от источника, записанного в цилиндрических координатах поглощающего блока, в точках, записанных в цилиндрической системе координат канала в виде

$$G(\rho', \alpha', \Omega' / \rho, \alpha, \Omega) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \int_{\nu} \frac{[\phi_{\nu,p}^l(\rho', \alpha', \Omega')]^+ \psi_{\nu,p}^l(\rho, \Omega)}{\nu N(\nu, l, p)} (-1)^p I_p\left(\frac{r}{\nu}\right) d\nu \quad (9)$$

Перейдем от непрерывных переменных r, Ω к набору дискретных $k = \{\rho_i^j, p, n, m\}$, раскладывая поверхностные псевдоисточники и функции Грина в тригонометрический ряд по азимутальному углу α и по сферическим гармоникам $Y_n^m(\Omega)$ и подставляя полученные разложения в выражение (1). Ограничиваясь в разложении по азимутальному углу α значениями $p \leq 1$? Получим моменты функции распределения с набором k на цилиндрических поверхностях канала кластерной зоны в виде

$$\Psi_k = Q_k + G_{k',k} g_{k'},$$

где $Q_k = \frac{q}{\Sigma_a} \delta_{n,0} \delta_{m,0} \delta_{p,0},$

$$g_{k'} = \begin{pmatrix} g_{in,k'} \\ g_{bl,k'} \\ g_{ex,k'} \end{pmatrix},$$

здесь $g_{in,k'}, g_{bl,k'}, g_{ex,k'}$ – моменты поверхностных псевдоисточников на внутренней поверхности канала кластерной зоны, на поверхности блока и на внешней поверхности канала кластерной зоны соответственно;

$$G_{k',k} = \begin{pmatrix} G_{k',k}(\rho'_{in}/\rho_{in}), G_{k',k}(\rho'_{bl}/\rho_{in}), G_{k',k}(\rho'_{ex}/\rho_{in}) \\ G_{k',k}(\rho'_{in}/\rho_{ex}), G_{k',k}(\rho'_{bl}/\rho_{ex}), G_{k',k}(\rho'_{ex}/\rho_{ex}) \end{pmatrix}$$

$$G_{k',k}(\rho'_{in}/\rho) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_{\nu} \frac{A_n^l(\nu) A_n^l(\nu) \Phi_{m',l}^{n',0}\left(\frac{\rho'_{in}}{\nu}\right) F_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho}{\nu}\right)}{\nu N(\nu, l)} d\nu, \text{ когда } \rho'_{in} \leq \rho$$

$$G_{k',k}(\rho'_{ex}/\rho) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_{\nu} \frac{A_n^l(\nu) A_n^l(\nu) \Phi_{m',l}^{n',0}\left(\frac{\rho'_{in}}{\nu}\right) \Phi_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho}{\nu}\right)}{\nu N(\nu, l)} d\nu, \text{ когда } \rho'_{ex} \geq \rho$$

$$G_{k',k}(\rho'_{bl}/\rho_{in}) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_{\nu} \frac{A_n^l(\nu) A_n^l(\nu) \Phi_{m',l}^{n',p}\left(\frac{\rho'_{bl}}{\nu}\right) \Phi_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho_{in}}{\nu}\right)}{\nu N(\nu, l)} 4K_p\left(\frac{r}{\nu}\right) d\nu N_1(-1)^{\delta_{p,1s}},$$

$$G_{k',k}(\rho'_{bl}/\rho_{ex}) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_{\nu} \frac{A_n^l(\nu) A_n^l(\nu) \Phi_{m',l}^{n',p}\left(\frac{\rho'_{bl}}{\nu}\right) F_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho_{ex}}{\nu}\right)}{\nu N(\nu, l)} 4I_p\left(\frac{r}{\nu}\right) d\nu N_1(-1)^{\delta_{p,1c}},$$

$$N_1 = 12,$$

$$\Phi_{m',l}^{n',p}\left(\frac{\rho'_{bl}}{\nu}\right) = \begin{cases} \Phi_{m',l}^{n',p}\left(\frac{\rho'_{bl}}{\nu}\right), & \text{когда } p = 0, 1c \\ \tilde{\Phi}_{m',l}^{n',p}\left(\frac{\rho'_{bl}}{\nu}\right), & \text{когда } p = 1s \end{cases}$$

3. Функции Грина в цилиндрической системе координат поглотителя

Теперь перейдем к рассмотрению функции распределения нейтронов (5) на границе поглотителя (рис.1.). Нам потребуются функции Грина на поверхностях поглотителей от псевдоисточников, находящихся на внутренней и внешней поверхностях канала кластерной зоны и на поверхностях соседних поглотителей. Предполагается, что все поглощающие блочки одинаковые в своих системах координат, поэтому ниже будет выделен один поглотитель.

Перейдем к рассмотрению функции Грина от поверхностного псевдоисточника, расположенного на внутренней поверхности канала кластерной зоны, на поверхности

выделенного поглотителя (2). Очевидно, что преобразованию подвергается вещественное сингулярное цилиндрическое элементарное решение $\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega)$. Оно уже преобразовано к новой системе координат в работе [4]. При этом выделяются два случая.

3.1. Случай, когда $\rho \leq r$ (рис. 2.)

Вещественное сингулярное цилиндрическое элементарное решение $\psi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega)$, записанное в системе координат поглотителя имеет ([4] формула (28) с $p=0, \alpha'_0 = 0, \alpha'_0 = 0$) следующий вид:

$$\psi_{v,0}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{m'=0,2}^n \frac{Y_n^m(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=0}^1 \frac{2(-1)^{k'} K_{k'}(\frac{r}{v})}{1+\delta_{k',0}} * \left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) [1 + (-1)^{m'}] \cos k' \alpha - \tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) [1 - (-1)^{m'}] \sin k' \alpha \right\} \quad (10)$$

l четное,

$$\text{где } \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) = \frac{i^{l+m'}}{2} \sum_{l''=0}^n \frac{(-1)^{l''+k'}}{1+\delta_{l'',0}} P_{m',l''}^n(0) [P_{l'',l}^n(0) + P_{l'',-l}^n(0)] \left[I_{k'-l''}\left(\frac{\rho}{v}\right) + I_{k'+l''}\left(\frac{\rho}{v}\right) \right],$$

$$\tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) = \frac{i^{l+m'+1}}{2} \sum_{l''=0}^n \frac{(-1)^{l''+k'}}{1+\delta_{l'',0}} P_{m',l''}^n(0) [P_{l'',l}^n(0) + P_{l'',-l}^n(0)] \left[I_{k'-l''}\left(\frac{\rho}{v}\right) - I_{k'+l''}\left(\frac{\rho}{v}\right) \right] \quad (11)$$

Подставляя преобразованное сингулярное элементарное решение (10) в формулу (2), получим функцию Грина от источника, записанного в цилиндрических координатах канала, в точках, записанных в цилиндрической системе координат поглотителя в виде

$$G(\rho', \alpha', \Omega' / \rho, \alpha, \Omega) = \sum_{k'=0}^1 \sum_{l=0,2}^{\infty} \int_v \frac{[\phi_{v,0}^l(\rho', \Omega')]^+ \phi_{v,k'}^l(\rho, \Omega)}{v N(v, l, p)} \frac{2(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} K_{k'}\left(\frac{r}{v}\right) dv \quad (12)$$

3.2. Случай, когда $\rho > r$ (рис. 3.)

Также преобразуется и функция Грина (2) от псевдоисточника, расположенного на внешней границе канала кластерной зоны, на поверхности поглотителя. Только в этом случае подвергается к преобразованию регулярное цилиндрическое элементарное решение $\phi_{v,p}^l(\rho, \alpha, \Omega)$ ([4] формула (29) с $p=0, \alpha'_0 = 0, \alpha'_0 = 0$). Выпишем его в виде

$$\phi_{v,0}^l(\rho, \alpha, \Omega) = \sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(v) \sum_{m'=0,2}^n \frac{Y_n^m(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=0}^1 \frac{2I_{k'}(\frac{r}{v})}{1+\delta_{k',0}} * \left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) [1 + (-1)^{m'}] * \cos k' \alpha - \tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right) [1 - (-1)^{m'}] \sin k' \alpha \right\} \quad (13)$$

где l четное;

$\Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right), \tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{v}\right)$ – функции (11).

Подставляя преобразованное регулярное элементарное решение (13) в формулу (2), получим функцию Грина от источника, записанного в цилиндрических координатах канала, в точках, записанных в цилиндрической системе координат поглотителя в виде

$$G(\rho', \alpha', \Omega' / \rho, \alpha, \Omega) = \sum_{k'=0}^1 \sum_{l=0,2}^{\infty} \int_v \frac{[\psi_{v,0}^l(\rho', \Omega')]^+ \phi_{v,k'}^l(\rho, \Omega)}{v N(v, l, p)} \frac{2(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} I_{k'}\left(\frac{r}{v}\right) dv \quad (14)$$

3.3. Влияние соседних поглотителей на выделенный поглотитель (рис.4.)

Перейдем к преобразованию функции Грина от псевдоисточников, расположенных на поверхностях соседних поглотителях, к системе координат выделенного поглотителя. Из вида функции Грина (2) видно, что в этом случае необходимо преобразовать вещественное сингулярное элементарное решение $\psi_{v,p}^m(\rho, \alpha, \Omega)$ соседнего поглотителя к системе координат выделенного поглотителя, что и было сделано в работе [4]. Оно имеет следующий вид:

$$\psi_{\nu,p}^l(\rho, r, \alpha, \Omega) = \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(\nu) \sum_{m'=0}^n \frac{Y_n^{m'}(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} * \quad (15)$$

$$\left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \left[(-1)^{m'} + 1 \right] \left[K_{k'+p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \cos(k'\alpha' + k'\alpha'_0 - p\alpha_0) + K_{k'-p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \cos(k'\alpha' + k'\alpha'_0 + p\alpha_0) \right] + \right. \\ \left. * \left[\tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \left[(-1)^{m'} - 1 \right] \left[K_{k'+p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \sin(k'\alpha' + k'\alpha'_0 - p\alpha_0) + K_{k'-p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \sin(k'\alpha' + k'\alpha'_0 + p\alpha_0) \right] \right] \right\}$$

для l четных,

$$\psi_{\nu,p}^l(\rho, r, \alpha', \Omega) = \sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(\nu) \sum_{m'=0}^n \frac{Y_n^{m'}(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} * \quad (16)$$

$$\left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \left[1 - (-1)^{m'} \right] \left[K_{k'+p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \sin(k'\alpha' + k'\alpha'_0 - p\alpha_0) - K_{k'-p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \sin(k'\alpha' + k'\alpha'_0 + p\alpha_0) \right] + \right. \\ \left. * \left[\tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \left[1 + (-1)^{m'} \right] \left[K_{k'-p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \cos(k'\alpha' + k'\alpha'_0 + p\alpha_0) - K_{k'+p} \left(\frac{r}{\nu} \right) \cos(k'\alpha' + k'\alpha'_0 - p\alpha_0) \right] \right] \right\}$$

для l нечетных,

$$\text{где } \Phi_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) = \sum_{k''=0}^n \frac{w i^{l+m'}}{2(1+\delta_{k'',0})} P_{m',k''}^n(0) \left[P_{k'',l}^n(0) + P_{k'',-l}^n(0) \right] (-1)^{k'+k''} \left[I_{k'-k''} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) + I_{k'+k''} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \right]$$

$$\tilde{\Phi}_{m',l}^{n,k'} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) = \sum_{k''=0}^n \frac{w i^{l+m'}}{2} P_{m',k''}^n(0) \left[P_{k'',l}^n(0) + P_{k'',-l}^n(0) \right] (-1)^{k'+k''} \left[I_{k'-k''} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) - I_{k'+k''} \left(\frac{\rho}{\nu} \right) \right]$$

$$w = \begin{cases} i & \text{при } l - \text{нечетном} \\ 1 & \text{при } l - \text{четном} \end{cases}.$$

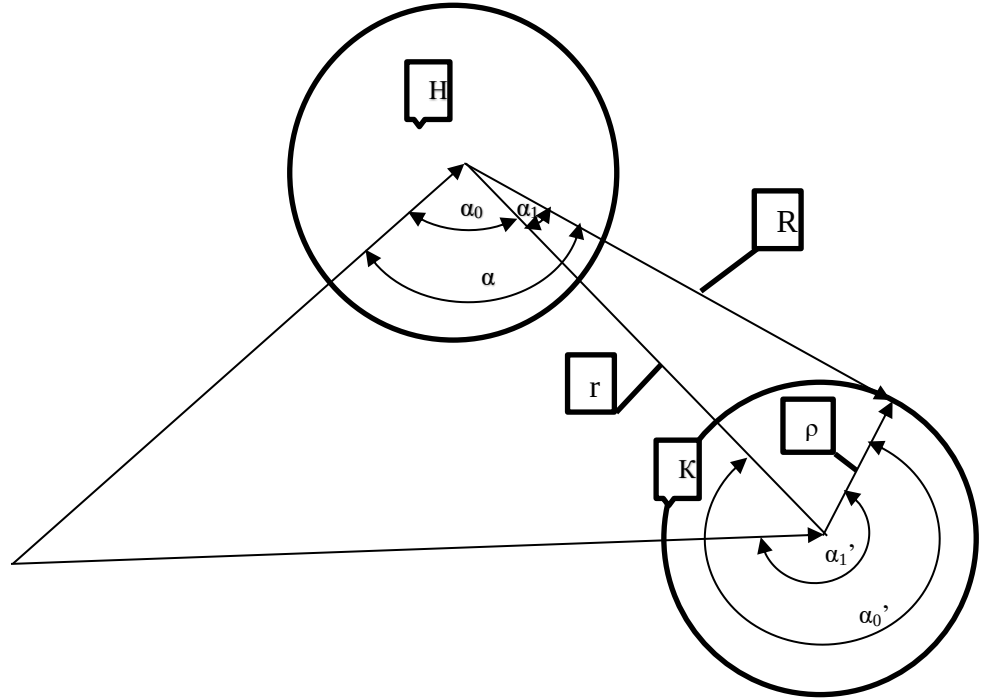


Рис. 4. Координаты и углы для случая, когда $\rho \leq r$

Получив функцию Грина от одного произвольно расположенного поглотителя на выделенный поглотитель, перейдем к получению функции Грина от всех поглотителей на выделенный. Так как все поглотители из-за условия симметрии их расположения мы считаем одинаковыми в своих системах координат, то левый множитель в функции Грина (2) для поглотителя будет один и тот же. Поэтому в функции Грина от всех поглотителей, являющейся простой суммой функций Грина от каждого поглотителя, будут складываться преобразованные вещественные сингулярные решения от каждого

соседнего поглотителя. Используя симметричное расположение поглотителей (рис. 5.), можно получить, что $\alpha_0 = \alpha'_0$, $\alpha_0 = 2\pi - \alpha_{0H}$, $\alpha'_0 = \pi - \alpha_{0H'}/2$. Поэтому при сложении двух вещественных сингулярных элементарных решений от симметрично расположенных поглотителей вида (15–16) суммы, которые симметричны относительно прямой OO_2 , складываются, а суммы, асимметричные ей, взаимно уничтожаются. В результате приходим к следующим вещественным сингулярным элементарным решениям:

$$\psi_{\nu,p}^l(\rho, r, \alpha', \Omega) = \sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(\nu) \sum_{m'=0}^n \frac{Y_n^{m'}(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=1}^1 \frac{(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} \left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{\nu}\right) [(-1)^{m'} + 1] \cos k' \alpha' + 1 \right. \\ \left. + \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{\nu}\right) [(-1)^{m'} - 1] \sin k' \alpha' \right\} \left[K_{k'+p}\left(\frac{r}{\nu}\right) \cos(k' \alpha'_0 - p \alpha_0) + K_{k'-p}\left(\frac{r}{\nu}\right) \cos(k' \alpha'_0 + p \alpha_0) \right] \quad (17)$$

для l четных, $\psi_{\nu,p}^l(\rho, r, \alpha', \Omega) =$

$$\sum_{n=l}^{\infty} \frac{2n+1}{2} A_n^l(\nu) \sum_{m'=0}^n \frac{Y_n^{m'}(\Omega)}{1+\delta_{m',0}} \sum_{k'=1}^1 \frac{(-1)^{k'}}{1+\delta_{k',0}} \left\{ \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{\nu}\right) [(-1)^{m'} - 1] \sin k' \alpha' - \right. \\ \left. - \Phi_{m',l}^{n,k'}\left(\frac{\rho}{\nu}\right) [(-1)^{m'} + 1] \sin k' \alpha' \right\} \left[K_{k'-p}\left(\frac{r}{\nu}\right) \cos(k' \alpha'_0 + p \alpha_0) - K_{k'+p}\left(\frac{r}{\nu}\right) \cos(k' \alpha'_0 - p \alpha_0) \right] \quad (18)$$

для l нечетных,

Подставляя преобразованные вещественные сингулярные элементарные решения (17)–(18) в формулу для функции Грина (2) и проведя суммирование по всем поглотителям, получим функцию Грина кластерной зоны от всех ее поглотителей в виде

$$G(\rho', \alpha', \Omega' / \rho, \alpha, r, \Omega) = \sum_{p,k'=0}^1 \left\{ \sum_{l=0}^{\infty} \int_{\nu} \frac{[\phi_{\nu,p}^l(\rho', \alpha', \Omega')]^+ \psi_{\nu,p}^l(\rho, \Omega)}{\nu N(\nu, l, p)} [\psi_{\nu,k'}^l(\rho, \alpha, \Omega) \delta_{p,k'} + \right. \\ \left. + (-1)^{k'} \phi_{\nu,k'}^l(\rho, \alpha, \Omega) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_{k'-p}\left(\frac{r_i}{\nu}\right) \cos(k' \alpha'_0 + p \alpha_0) + (-1)^l K_{k'+p}\left(\frac{r_i}{\nu}\right) * \cos(k' \alpha'_0 - \right. \right. \\ \left. \left. - p \alpha_0) \right] \right\} d\nu \quad (19)$$

где $N1=12$.

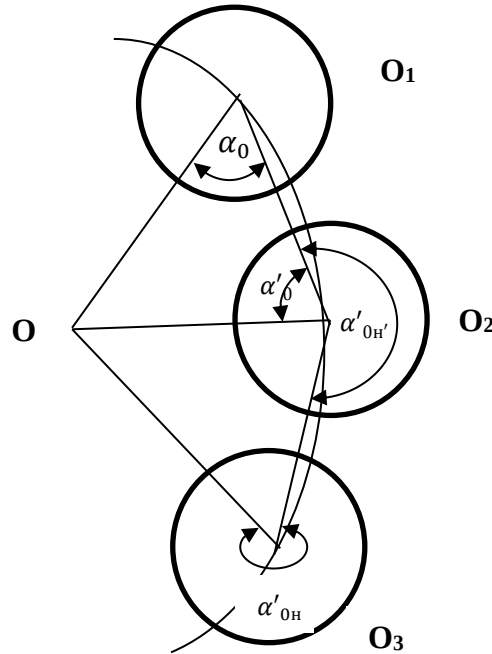


Рис. 5. Симметричное расположение поглотителей

Отметим отличие функций Грина, у которых системы координат источника и стока одинаковы и различны. Для функций Грина, записанных в одной системе координат, их аксиальные гармоники не перекрещиваются в силу биортогональности элементарных цилиндрических решений (2). Аксиальные гармоники, записанные в разных системах координат, перекрещиваются вследствие того, что каждая азимутальная гармоника преобразуемого элементарного решения «генерирует» все аксиальные гармоники в новой системе координат (15)–(16). Подставляя части функции Грина в кластерной зоне, перейдем от непрерывных переменных к дискретным и получим функцию распределения нейтронов на поверхности выделенного поглотителя в виде:

$$\Psi_k = \frac{q^z}{\Sigma_a^z} + (G_{k',k} g_{k'}),$$

где k – набор дискретных переменных ρ^j, p, n, m ;

$$g_k = \begin{pmatrix} g_{n',m',0}^{in} \\ g_{n',m',p'}^{ab} \\ g_{n',m',0}^{ex} \end{pmatrix}$$

$g_{n',m',p'}^j$ – угловые моменты p' – азимутальной гармоники псевдоисточника, расположенного на j поверхности зоны;

$$G_{k',k} = \begin{pmatrix} G_{n',m',0}^{n,m,0}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,0}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1c}^{n,m,0}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1s}^{n,m,0}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,0}(\rho'_{ex}|\rho_{ab}) \\ G_{n',m',0}^{n,m,1c}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,1c}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1c}^{n,m,1c}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1s}^{n,m,1c}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,1c}(\rho'_{ex}|\rho_{ab}) \\ G_{n',m',0}^{n,m,0}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,1s}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1c}^{n,m,1s}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',1s}^{n,m,1s}(\rho'_{in}|\rho_{ab}), G_{n',m',0}^{n,m,1s}(\rho'_{ex}|\rho_{ab}) \end{pmatrix},$$

$$\text{где } G_{n',m',0}^{n,m,p}(\rho'_{in}|\rho_{ab}) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v) A_n^l(v) \Phi_{m',l}^{n',0}(\frac{\rho'_{in}}{v}) \Phi_{m,l}^{n,p}(\frac{\rho_{ab}}{v})}{v N(v,l)} 4K_p\left(\frac{r}{v}\right) dv,$$

здесь

$$\Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) = \begin{cases} (-1)^p \Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right), & \text{когда } p = 0, 1c \\ \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right), & \text{когда } p = 1s \end{cases}$$

$$\text{где } G_{n',m',0}^{n,m,p}(\rho'_{ex}|\rho_{ab}) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v) A_n^l(v) \Phi_{m',l}^{n',0}(\frac{\rho'_{ex}}{v}) \Phi_{m,l}^{n,p}(\frac{\rho_{ab}}{v})}{v N(v,l)} 4I_p\left(\frac{r}{v}\right) dv,$$

здесь

$$\Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) = \begin{cases} \Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right), & \text{когда } p = 0, 1c \\ \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right), & \text{когда } p = 1s \end{cases}$$

$$\text{где } G_{n',m',p'}^{n,m,p}(\rho'_{ab}|\rho_{ab}) = \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v) A_n^l(v) \Phi_{m',l}^{n',p'}}{v N(v,l)} *$$

$$* \left[F_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \delta_{p,0} \delta_{p',0} + \Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} K_{p+p'}\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos(p\alpha_{0i} + p'\alpha'_{0i}) \right] (1+p),$$

здесь

$$\Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) = \begin{cases} \Phi_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)(-1)^{\delta_{p,1c}}, & \text{когда } p', p = 0, 1c \\ \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)(-1)^{\delta_{p,1s}}, & \text{когда } p, p' = 1s \end{cases}$$

если одно из p', p равно 0.

$$\begin{aligned} G_{n',m',1c}^{n,m,1c}(\rho'_{ab}|\rho_{ab}) &= \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m',l}^{n',1}\left(\frac{\rho'_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) - \Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) + K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv + \\ &+ \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ \tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) - \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) - K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv \quad ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{n',m',1s}^{n,m,1s}(\rho'_{ab}|\rho_{ab}) &= \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m',l}^{n',1}\left(\frac{\rho'_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ -\tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) + \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) + K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv + \\ &+ \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) + \Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) - K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{n',m',1s}^{n,m,1c}(\rho'_{ab}|\rho_{ab}) &= \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ -F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) + \Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) + K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv + \\ &+ \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ \tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) - \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) - K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv \quad ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{n',m',1s}^{n,m,1s}(\rho'_{ab}|\rho_{ab}) &= \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ \tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) - \tilde{\Phi}_{m,l}^{n,p}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) + K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv + \\ &+ \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_n^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right)}{vN(v,l)} * \\ &* \left\{ F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) + \Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho_{ab}}{v}\right) \sum_{i=2}^{N1} \left[K_2\left(\frac{r_i}{v}\right) - K_0\left(\frac{r_i}{v}\right) \cos 2\alpha_{0i} \right] \right\} 4dv \end{aligned}$$

4. Двумерная функция Грина внутри поглотителя.

Явный вид двумерной функции Грина, у которой источниковая и стоковая части записаны в одной и той же системе координат получены в работе [3], Перейдем в формуле (2) от непрерывных переменных $\vec{r}, \vec{\Omega}$ к дискретным и получим угловые моменты поверхностных моментов функции распределения на поверхности блокка с поглотителем в виде

$$\Psi_k = Q_k + \hat{G}_{k',k} g_{k'},$$

$$\text{где } g_{k'} = \begin{Bmatrix} g_{n',m',0} \\ g_{n',m',1c} \\ g_{n',m',1s} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix} - \text{угловые моменты нулевой, косинусоидальной и синусоидальной}$$

пространственных гармоник псевдоисточника;

$$\hat{G}_{k,k'} = \begin{Bmatrix} G_{n',m',0}^{n,m,0} \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots G_{n',m',1c}^{n,m,1c} \dots\dots\dots G_{n',m',1s}^{n,m,1c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots G_{n',m',1c}^{n,m,1s} \dots\dots\dots G_{n',m',1s}^{n,m,1s} \dots\dots\dots \end{Bmatrix} - \text{угловые моменты нулевой,}$$

косинусоидальной и синусоидальной гармоник функции Грина;

$$G_{n'm'0}^{nm0}(\rho/\rho') = \begin{cases} \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\Phi_{m'l}^{n',0}\left(\frac{\rho'}{v}\right)F_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' < \rho \\ \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)F_{m'l}^{n',0}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\Phi_{m,l}^{n,0}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' > \rho \end{cases}$$

$$G_{n'm'1s}^{nm1c}(\rho/\rho') = \begin{cases} - \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' < \rho \\ - \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{F}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{F}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' > \rho \end{cases} \quad (2.2.5)$$

$$G_{n'm'1c}^{nm1s}(\rho/\rho') = \begin{cases} - \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\Phi_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\Phi_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' < \rho \\ - \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)F_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)F_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' > \rho \end{cases} \quad (2.2.6)$$

$$G_{n'm'1s}^{nm1s}(\rho/\rho') = \begin{cases} \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{\Phi}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{F}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\Phi_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)F_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' < \rho \\ \sum_{l=0,2}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)\tilde{F}_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv + \sum_{l=1,3}^{\min[n,n']} \int_v \frac{A_{n'}^l(v)A_n^l(v)F_{m'l}^{n',1}\left(\frac{\rho'}{v}\right)\Phi_{m,l}^{n,1}\left(\frac{\rho}{v}\right)}{vN(v,l)} dv, \dots\dots\dots \rho' > \rho \end{cases}$$

где $A_n^l(\nu)$ – полиномы порядка n для $l=0$: $A_0^0(\nu) = 1$; $A_1^0(\nu) = \nu(1-c)$; $c = \Sigma_s / \Sigma_{tot}$; и полиномы Лежандра для $l \neq 0$; $\Phi_{m,l}^{n,0}(x)$, $\tilde{\Phi}_{m,l}^{n,0}(x)$, $F_{m,l}^{n,0}(x)$ и $\tilde{F}_{m,l}^{n,0}(x)$ – комбинации функций Бесселя от мнимого аргумента $I_l(x)$ и $K_l(x)$ соответственно [3]; $N(\nu, l)$ – нормировочный множитель; $\int_{\nu} f(\nu) d\nu = f(\nu_0) + \int_0^1 f(\nu) d\nu$ (см. например [1]).

Отметим, что в последней формуле интеграл берется по квадратурной формуле Гаусса. Обычно берем 10–50 точек.

Заключение

Итак, получены функции Грина для кластерных зон кластерных ячеек типа РБМК (рис. 1.) в достаточно компактном виде несмотря на громоздкие аналитические преобразования [4, 5], которые выполняются один раз. Они были реализованы для расчета одnogрупповых задач в многогрупповых расчетах кластерных ячеек РБМК с погрешностями в k_{∞} меньше или равно 0.1%, а в средних по зонам потоках меньше или равно 1% [7–9]. Преимущество данного подхода перед методом вероятностей первого столкновения, метода дискретных ординат можно найти в работе [10].

Список литературы

1. Кейс К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. 1972, Москва. Мир, с. 114.
2. Лалетин Н.И., Элементарные решения односкоростного уравнения переноса нейтронов. – Кн: Методы расчета полей тепловых нейтронов в решетках реакторов, 1974, Москва, Атомиздат, с.155–186.
3. Султанов Н.В. Двумерная функция Грина уравнения переноса нейтронов в цилиндрической геометрии // ВАНТ Сер.: Физика ядерных реакторов, вып. 5, 2018, сс. 40–52.
4. Султанов Н.В. Развитие метода поверхностных псевдоисточников для решения многогруппового уравнения переноса нейтронов в сложных системах ядерных реакторов, VI Международная научно-техническая конференция «Инновационные проекты и технологии ядерной энергетики» (МНТК НИКИЭТ–2022), октябрь 2022 г., Москва.
5. Лалетин Н.И., Метод поверхностных псевдоисточников для решения уравнения нейтронов (G_N -приближения). – Кн: Методы расчета полей тепловых нейтронов в решетках реакторов, 1974, Москва, Атомиздат, с.187–215,
6. Султанов Н.В. Построение двумерных элементарных решений уравнения переноса нейтронов в цилиндрической геометрии // ВАНТ Сер.: Физика ядерных реакторов, вып. 5, 2018, сс. 24–39.
7. Султанов Н.В. Уточнение метода поверхностных псевдоисточников для расчета кластерных ячеек РБМК // Атомная энергия 2016. Т. 121. Вып. 2. С. 66–71.
8. Султанов Н.В. Многогрупповой расчет кластерных ячеек методом поверхностных псевдоисточников // Атомная энергия. 1985. Т. 58. Вып. 6. С. 414–418.
9. Балыгин А.А., Гольцев А.О., Ковалишин А.А., Краюшкин А.В., Лалетин И.Н., Султанов Н.В. Тишкин Ю.А. Применение метода поверхностных гармоник в программе СТЕПАН // Атомная энергия. 2014. Т. 85. Вып. 3. С. 186–193.
10. Лалетин Н.И. Сравнение метода поверхностных псевдоисточников (G_N -приближения) с другими методами численного решения уравнения переноса нейтронов // Математическое моделирование. 1993. Т. 5. № 9. С.111124.