

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ АВАРИЙ НА АЭС

Матушкин В.Д., Воробьев Ю.Б. (НИУ «МЭИ», Москва, Россия)

Введение

В докладе рассматривается применение метода кроссвалидации (перекрестной проверки) для настройки нейронных сетей (НС) для создания системы распознавания типов аварий на АЭС. Работоспособность построенной системы показывается на основе расчетов для АЭС с РУ ВВЭР1000/В320, но это несколько не ограничивает общности подхода применения НС, в том числе для реакторов других типов.

При нормальной эксплуатации АЭС, и уж тем более в аварийном режиме, множество ее параметров, как физических, так и технических, создают сложную систему, анализ которой представляет крайне непростую задачу. Оператор в случае аварии должен на основании всех взаимодействующих и многомерных характеристик как можно быстрее определить вид аварии и предпринять соответствующие меры для уменьшения ее последствий. Особенно это касается аварий запроектных, тяжелого типа, где своевременные действия на ранних ее стадиях могут существенно снизить последствия. В то же время для этого необходимо знать исходные события аварии, что в рамках симптомно-ориентированного подхода не всегда удается получить.

В настоящее время на АЭС используются системы определения аварий, основывающиеся на отслеживании отклонений различных параметров от номинальных значений и выявлении предаварийных ситуаций. Но для более эффективной работы оператора необходима более совершенная система, которая позволит не только выявить наличие аварии, но и определить вид аварии, ее исходные события и осуществить поддержку оператора или кризисного центра в процессе развития аварии путем предоставления информации по оптимальным управляющим действиям. Рассматриваемый в докладе подход на основе использования нейросетевых технологий в сочетании с методами анализа динамики процессов во время аварий на основе кодов улучшенной оценки позволяет решить данные задачи.

Для изучения подобных сложных систем и для помощи в работе оператора в мире активно исследуется применение НС, однако крайне мало уделяется вопросу проверки качества обучения НС, формирования соответствующих обучающих выборок. В докладе рассматривается как один из вариантов решения проблемы возможность использования методов перекрестной проверки. Перекрестная проверка – это метод, предназначенный для оценки качества работы выбранной модели на независимых данных. Он помогает сравнить между собой различные модели и выбрать наилучшую для конкретной задачи. В докладе приводятся результаты расчетов по настройке НС и изучения использования перекрестной проверки с варьированием ее параметров, делаются выводы об эффективности подхода.

1. Методология определения аварий на АЭС на основе искусственных НС

Построение системы определения видов аварий на АЭС состоит из нескольких сложных и крайне важных шагов. При этом на каждом шаге необходимо учитывать особенности задачи и выбирать наиболее оптимальные решения для оптимизации сложных свойств системы и одновременно не вносить большие неопределенности, из-за которых найденное решение может оказаться невалидным.

1.1. Выбор вариантов моделируемых аварий

Аварии на АЭС разделяются на два множества – проектные и запроектные. С примерами видов аварий можно ознакомиться в [1]. Методология выбора вариантов аварий для их определения с использованием искусственных НС сводится к тому, что из известных видов аварий выбираются наиболее интересные – с учетом тяжести и вероятности события (например, плавление реактора или взрыв) и которые можно смоделировать.

Таким образом, выбор вариантов моделируемых аварий является основным и незаменимым шагом в задаче моделирования аварий. Именно на данном шаге проявляется первая глобальная неопределенность работы модели – проблема необходимого и достаточного выбора массива аварий. Все невыбранные аварии будут считаться «неизвестными» и их определение в случае возникновения на АЭС будет затруднена в рамках использования НС.

В данной работе рассмотрено множество из 16 видов аварий Y , связанных с разрывом петель теплоносителя:

- 1) разрыв горячей петли с условными диаметрами: 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 мм;
- 2) разрыв холодной петли с условными диаметрами: 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 мм.

В таком случае, на начальном этапе работы по определению видов аварий на АЭС формируется база данных $A=\{X,Y\}$. Здесь X – множество входных данных для модели НС (множество параметров АЭС, по которым будет происходить процесс определения вида аварии – более подробно в разделе 1.5), Y – множество видов аварий, среди которых одна реализуется на АЭС.

1.2. Определение подходящей программы для моделирования аварий на АЭС

АЭС – сложнейшая динамическая система множества параметров, которые связаны между собой нелинейными закономерностями и непрерывно изменяются. Для моделирования работы станции используются одномерные интегральные теплогидравлические коды [2; 3; 4], позволяющие без подробного трехмерного описания физических явлений в элементах станции описывать различные физические процессы на макроуровне, не теряя при этом сути протекающих процессов.

Методология выбора кода довольно сложна и зависит от многих особенностей задачи исследователя:

- 1) какие процессы или физические явления нужно учитывать с определенной точностью, так как в разных кодах физические явления реализуются по-разному (базовое сравнение приводится в [2]);
- 2) какой тип аварии необходимо смоделировать (только проектные аварии, выход на запроектные аварии, моделирование тяжелых аварий);
- 3) какие коды доступны (с точки зрения возможности приобретения лицензии).

Таким образом, процедура выбора интегрального кода является очень ответственным шагом. При некорректном выборе кода в рамках вышеприведенных особенностей вся работа может оказаться ошибочной с точки зрения правильного применения конкретного инструмента для определенной задачи.

При моделировании аварий в данном случае использовался код улучшенной оценки RELAP5/Mod3.3.

1.3. Вычисление необходимого количества расчетов

Исследовать всю бесконечную генеральную совокупность реализаций аварий принципиально невозможно в силу непрерывного распределения многих важных физических параметров (температура, давление, расход). По этой причине необходимо выбрать такое множество аварий, которое будет при минимальном количестве вариантов обеспечивать максимально подробное и полное описание генеральной совокупности.

Таким образом, необходимо применять особую методику, которая определит необходимое число расчетов. Разумеется, это число будет связано с тем, что с определенной доверительной вероятностью достигается требуемая вероятность попадания физических параметров в необходимые границы.

Согласно обзорам [5; 6], наиболее часто применяется статистический подход с применением формулы Сэмюэла Вилкса (Samuel Wilks) [7]:

$$N\beta^{N-1} - (N-1)\beta^N = 1 - \alpha, \quad (1)$$

где N – вычисляемый объем выборки (округляется в большую сторону), β – вероятность того, что при $N+1$ измерении величина не выйдет за рамки толерантного интервала (ограниченного максимальным и минимальным значениями выборки), α – вероятность достоверности анализа (доверительный интервал).

В итоге, выбирая два значения вероятностей можно получать оценку необходимого количества расчетов. В данной работе априорно было принято: $\alpha = 0,95$, $\beta = 0,95$, что соответствует достаточному количеству расчетов в размере 93. Однако в данной методологии важно учесть то, что интегральный код в процессе работы может неправильно провести расчет из-за возможных «падений» программы или внутренних особенностей реализации. По этой причине объем выборки увеличивают, например на 5–10 %. Таким образом, рассчитывалось 110 вариантов для каждого вида аварии, что дает большой запас данных при сбоях программы.

1.4. Анализ неопределенности и анализ чувствительности данных

Анализ неопределенности (АН) – процесс количественной оценки неопределенности в компонентах модели (входных переменных, параметрах, уравнениях) для данной ситуации и вывода распределения неопределенности для каждой выходной переменной, а не для одного значения [8].

Как справедливо отмечается в работах [9; 10; 11] при использовании интегральных кодов возникают неопределенности, такие как:

- 1) неопределенности моделей интегрального кода;
- 2) неопределенность измерений физических параметров;
- 3) технологические и методологические допуски;
- 4) влияние оператора (человеческий фактор).

На первый пункт мы (как пользователи кода) повлиять не можем, поэтому при АН рассматриваются только остальные факторы, связанные с неопределенностью величин физических параметров. АН позволяет оценить вероятностные характеристики известных неопределенностей параметров по отношению к расчетной модели.

Вдобавок к АН, необходимо проанализировать чувствительность результатов анализа аварий для исходных данных, чтобы установить характеристики модели, которые вносят наибольший вклад в расчет. Анализ чувствительности (АЧ) – процесс определения того, какой вклад вносит неопределенность каждого параметра в дисперсию выходных данных [12].

Таким образом, методология применения АН и АЧ позволяет выявить наиболее важные в процессе аварии физические параметры и сократить число учитываемых в модели параметров. Это сокращает время вычислений, упрощает анализ полученных данных и препятствует переобучению НС.

Существуют несколько подходов к АН и АЧ (краткий обзор приводится в диссертации Ч. В. К. Ньята [13, с. 67–72]), наиболее подходящий из которых GRS, который использует вероятностно-статистический подход.

Достоинства метода GRS: незначительное влияние экспертных оценок при оценке точности расчетов ключевых параметров, ранжировании явлений, нет принципиальных проблем с переносимостью результатов анализа со стандов на АЭС, число исходных неопределенностей не влияет на точность работы метода.

Ограничения метода GRS: необходимо проводить множество расчетов для получения необходимого массива информации и достижения необходимого уровня доверия (см. раздел 1.4), исходные неопределенности выбираются субъективно или на основе долгих и дорогих экспериментов, нет определения взаимовлияния физических явлений.

Таким образом, методология применения АН и АЧ к задаче определения видов аварий на АЭС является оптимизационным дополнением для уменьшения числа переменных и упрощения анализа. То есть АН и АЧ не являются необходимыми, однако считаются обосновано важными и сейчас обязательны для работы.

1.5. Определение существенных физических параметров системы

На каждой АЭС измеряется множество различных параметров, которые характеризуют работу станции. Мониторинг параметров необходим для определения на их основе виды аварий. Нет смысла учитывать все эти параметры в системе определения аварии. Во-первых, учет взаимокоррелируемых параметров в качестве независимых может привести к проблеме мультиколлинеарности [14] (чему посвящаются научные статьи [15; 16; 17] из-за серьезности проблемы). Во-вторых, в результате усложнения модели может произойти переобучение [18], а также возрастает сложность обучения НС, что также негативно влияет на результат.

Общепринятая методика выделения важных параметров основана на физическом понимании процессов при аварии, накопленном опыте анализа влияния развития аварии на динамику измеряемых параметров, а также возможности измерения параметров на АЭС. На основании АН и АЧ, представленные в прошлом разделе, можно выявить наиболее существенные и статистически независимые измеряемые параметры АЭС. Набор таких параметров позволит построить наиболее простую и малозатратную по времени систему эффективного определения видов аварий на АЭС.

Исходя из написанного выше раздела, данный шаг в методологии не является принципиально важным, поскольку физически можно использовать вообще все параметры для учета в модели. Суть раздела заключается в рациональной оптимизации задачи с точки зрения упрощения модели без значимых потерь и с точки зрения затрат вычислительных (и, соответственно, временных) ресурсов.

В данной работе отслеживаемыми физическими параметрами (множество X) были выбраны:

- 1) давление на входе в активную зону (АЗ);
- 2) давление на выходе из АЗ;
- 3) 4 давления по второму контуру;
- 4) 4 массовых расхода на выходах из петель;
- 5) температура на выходе из АЗ;

- 6) мощность АЗ;
- 7) массовый расход пара на БРУ-К;
- 8) 4 массовых расхода пара на БРУ-А;
- 9) уровень теплоносителя в компенсаторе давления;
- 10) 4 уровня жидкости в парогенераторах;
- 11) 4 массовых расхода на входах в петли;
- 12) 4 давления в горячих петлях;
- 13) 4 давления в холодных петлях.

Таким образом, для мониторинга и последующей настройки системы определения видов аварий на АЭС были выбраны 34 физических параметра.

1.6. Искусственные НС

Искусственная нейронная сеть – это компьютерная модель, которая пытается найти закономерности в данных, как делает человеческий мозг. Эта модель состоит из соединенных нейронов, работающих подобно клеткам мозга, которые принимают информацию, обрабатывают ее и выдают результат. Изначально искусственные НС были разработаны для решения проблем, которые традиционные алгоритмы не могли решить. Сегодня их используют в самых разных областях, таких как машинное обучение, искусственный интеллект, обработка изображений, кластеризация, распознавание речи и т.д. Далее кратко будут описаны некоторые параметры НС в рамках методологии настройки НС для задачи определения видов аварий на АЭС.

Параметры искусственных НС представляют из себя архитектуру (количество слоев и нейронов в каждом слое), топологию (граф связей между нейронами) и активационную функцию (закон преобразования линейной комбинации данных от предыдущий нейронов).

Архитектуру любой искусственной НС можно разделить на 3 части: входной слой – набор входных данных (в случае определения видов аварий на АЭС – набор измеряемых физических параметров), набор скрытых слоев – слои с промежуточными вычислениями в рамках работы НС (в частном случае их даже может и не быть вовсе) и выходной слой – набор выходных данных (в случае определения видов аварий на АЭС – детерминистическое определение аварии).

Топология нейронной сети – это описание, как узлы и связи в НС организованы внутри сети, а также как данные передаются между узлами. Например, топология может описывать, как информация передается от входных узлов к выходным узлам через скрытые узлы внутри сети. Топология также может определять, как узлы отображены на графике сети и связи между ними.

Активационная функция – важный параметр искусственной нейронной сети, который определяет, как нейрон реагирует на входные сигналы и какой будет выходной сигнал, переданный следующему слою нейронов.

Активационная функция играет ключевую роль в НС, обеспечивая нелинейность в выходном сигнале нейрона. Она принимает сумму взвешенных входных значений и добавляет нелинейность [19], что делает возможным моделирование более сложных функций и отношений между входными и выходными данными. Активационная функция также помогает избежать проблемы переобучения, ограничивая выходные значения нейрона. Без активационной функции, нейронная сеть может выдавать только линейные преобразования входных данных и не будет способна решать задачи, требующие сложных нелинейных функций.

1.7. Выбор параметров НС

Методология выбора архитектуры и топологии НС обозначает, что необходимо установить как слои с нейронами, так и граф связей нейронов между различными слоями НС. Существует множество архитектур и топологий НС. В [20; 21; 22] использовались полносвязные сети прямого распространения, где реализовано простое последовательное соединение между всеми нейронами в соседних слоях.

Важно отметить, что поскольку в определении типа аварии необходимо работать с временными рядами, есть смысл использовать рекуррентные НС (НС, в которых реализовано распространение сигнала от последующих слоев нейронов к предыдущим слоям) [23, с. 670–673]. Подобный подход уже активно применяется в безопасности АЭС [24; 25; 26].

Выбор активационной функции во многом зависит от типа решаемой задачи и особенностей самих функций. Существует множество активационных функций, например: тождественная (НС теряет свою особенность в нелинейных преобразованиях и задает линейную регрессию), логистическая (сигмоида, применяемая в бинарной классификации) или так называемая Softmax (обобщенная логистическая функция, применяемая во множественной классификации). У каждой функции есть свои свойства, достоинства (наличие гладкой производной или простой производной) и недостатки (проблемы исчезающего и взрывного градиентов [27]), которые определяют скорость обучения и качество настройки НС.

Таким образом, исходя из множества видов активационных функций и их особенностей, методология выбора активационной функции сводится к двум непростым вариантам. Первый: изучение литературы и исследований, где применялась функция, и какие результаты были получены в рамках определенной задачи. Второй: самостоятельное изучение и сравнение влияния различных функций на получаемый результат.

В данной работе архитектура и топология представляют собой полносвязную НС прямого распространения с тремя слоями: входным, одним скрытым и выходным. Входной слой: 68 нейронов – 34 выбранных физических параметра, по две временные точки для каждого; скрытый слой: вариация от 30 до 37 нейронов, количество которых далее будет обозначено как HL (hidden layer); выходной слой: 16 нейронов, по одному для каждого вида аварий. Активационная функция – гиперболический тангенс. Данные параметры, в том числе диапазон для количества нейронов в скрытом слое, выбраны на основе предыдущего положительного опыта применения НС.

1.8. Подготовка данных для НС

Данные, полученные в результате расчетов в виде физических параметров АЭС, представляют собой временные ряды, по которым можно определить характер протекания процессов на станции. В предыдущих работах было показано, что НС способны определять вид аварии в течение первых секунд ее образования после исходного события [20; 22]. В данной работе, продолжая исследования в [20; 28], рассматривается возможность определения вида аварии в развитом состоянии на временном отрезке, начиная от 200 секунд после начала аварии и заканчивая 300-й секундой.

Для последующей работы все данные A были разбиты на две группы – обучающую $A_{tr}=\{X,Y\}_{tr}$ (train) и проверочную $A_{te}=\{X,Y\}_{te}$ (test), $A=A_{tr} \cup A_{te}$. Данные были взяты в пропорциях – $R_{tr/te}$: 90 %/10 %, 80 %/20 %, 70 %/30 % и 60 %/40 % соответственно. A_{tr} необходимо для правильной настройки параметров НС, чтобы

научить отличать виды аварий друг от друга, A_{te} служит для оценки качества настройки после обучения.

1.9. Обучение НС

Существует множество методик обучения моделей НС, которые глобально делятся на обучение с учителем и обучение без учителя. Обучение с учителем – процесс настройки модели, при котором известны правильные выходные данные, по которым НС учится предсказывать новые результаты на новых данных, а также воспроизводить те же правильные данные на выборке при обучении. Обучение без учителя – процесс настройки модели, при котором не известны выходные данные и НС настраивается таким образом, чтобы схожие входные данные давали схожие выходные данные, то есть заранее результат обучения не известен.

В данной работе реализовывалось обучение с учителем, поскольку заранее известны выходные данные – виды аварий, соответствующие отслеживаемым физическим параметрам. Для реализации обучения с учителем использовалась методика обратного распространения ошибки (backpropagation) – итерируемый способ обучения НС. Математическая интерпретация заключается в том, что на каждой итерации алгоритма обратного распространения весовые коэффициенты нейронной сети модифицируются так, чтобы улучшить решение одного примера. Таким образом, в процессе обучения циклически решаются однокритериальные задачи оптимизации. При этом начальное приближение для весовых коэффициентов задавалось случайным образом.

Обучающая выборка A_{tr} для настройки НС создавалась методом под названием «Repeating random subsampling validation» (Проверка на повторяющихся случайных подвыборках). Сначала задавалось число независимых параллельных обучений (далее обозначаемое как N). На каждом таком обучении A_{tr} разбивалась случайным образом посредством отбора из нее данных с применением метода Монте-Карло в пропорциях $R_{tr/te}$. В результате случайной выборки гарантируется непредвзятость (независимость и вариативность) выбора данных для обучения, равно как и для будущей проверки настройки НС. Обучение на каждом выбранном данных проводится до тех пор, пока НС не начнет точно (без единой ошибки) определять вид аварии на обучающих данных.

1.10. Перекрестная проверка

Перекрестная проверка (кроссвалидация) – особый метод, улучшающий процесс обучения и проверки модели при использовании различных частей данных, которые на разных итерациях применяются как для обучения модели, так и для ее проверки. Существует множество видов перекрестной проверки, с которыми детально можно ознакомиться в специализированной литературе. Далее перечислены наиболее известные и распространенные методы:

- 1) исчерпывающие методы:
 - a) leave-p-out cross-validation (LpO CV);
 - b) leave-one-out cross-validation (LOOCV);
- 2) неисчерпывающие методы:
 - a) holdout;
 - b) k-fold cross-validation;
 - c) stratified k-fold cross-validation;
 - d) repeated k-fold cross-validation;
 - e) greedy k-Fold cross validation;

- f) repeated random sub-sampling validation;
3) перекрестная проверка на временных рядах.

Целью перекрестной проверки является получение оценки уровня приспособляемости модели набору данных, который не зависит от данных, использующихся для обучения данной модели. Данный уровень может быть использован для оценки любого количественного показателя соответствия модели данным, который подходит для данных и модели.

1.11. Проверка качества обучения НС

Этап проверки качества работы НС является, пожалуй, важнейшим, поскольку именно при проверке определяется адекватность и пригодность модели для определения типа аварий на АЭС. Методология проверки качества модели очень обширна и будет представлена вкратце.

Самая распространенная метрика – точность (accuracy) – доля правильно определенных видов аварий ко всем попыткам определения. Точность отлично подходит для первичной оценки адекватности построенной модели и часто ее вполне достаточно. Для более глубокого анализа качества модели, а именно отслеживания совершения ошибок 1-го и 2-го родов [29], применяются метрики меткость (precision) и отзыв (recall). Меткость – относительная какого-то вида метрика, равная отношению правильно определенных данных ко всем данным, отнесенных к данному виду. Иначе говоря, это способность отличать данный вид от других видов. Отзыв также метрика, вводимая по отношению к какому-то классу, которая показывает, какую долю данных этого класса из всех данных класса нашла модель. То есть это способность обнаруживать данный класс среди прочих.

В данной работе отслеживается среди стандартных метрик только ошибка $E = 1 - accuracy$, но только в качестве промежуточной оценки. Акцент сделан на применении метода перекрестной проверки, описанного в предыдущем разделе для обучения N вариантов параллельно обучаемых моделей в методе «repeated random sub-sampling validation». После каждого такого обучения реализовалась проверка точности на отобранных методом Монте-Карло проверочных данных. Результирующая точность вычислялась как средняя точность N вариантов обучения.

2. Результаты определения аварий с применением выбранной НС

В процессе обучения моделей и проверки средней ошибки (ошибки, осредненной по всем N моделям) посредством перекрестной проверки были сформированы таблицы для различных вариантов $R_{tr/te}$ и N . Данные таблицы приведены ниже.

Таблица 1

Средняя ошибка при разделении train/test в соотношении 90 %/10 %

HL \ N	10	20	30	40	50	60	62
30	0,0005848	0,0002924	0,0005848	0,0004386	0,0007018	0,0002924	0,0006603
31	0	0,0008772	0,0005848	0,0002924	0,0005848	0,0006823	0,0009432
32	0	0,0005848	0,0005848	0,0013158	0,0002339	0,0001949	0,0005659
33	0,0005848	0,0002924	0,0005848	0,0011696	0,0005848	0,0002924	0,0004716
34	0,0011696	0	0,0005848	0,0010234	0,0007018	0,0000975	0,0007546
35	0,0005848	0,0008772	0,0007797	0,0002924	0,0010526	0,0007797	0,0004716
36	0,0011696	0,0005848	0,0003899	0,0002924	0,0009357	0,0005848	0,0004716
37	0,0023392	0,0008772	0,0007797	0,0002924	0,0003509	0,0003899	0,0006603

Таблица 2

Средняя ошибка при разделении train/test в соотношении 80 %/20 %

HL \ N	10	20	30	40	50
30	0,0020649	0,0010324	0,000885	0,0005162	0,000826
31	0,000295	0,0007375	0,000295	0,0003687	0,000531
32	0,00059	0,0004425	0,0006883	0,0002212	0,000944
33	0,0017699	0,000885	0,0010816	0,0013274	0,000472
34	0,000885	0,000885	0,0006883	0,0009587	0,000826
35	0,000295	0,000295	0,0006883	0,000885	0,000708
36	0,000295	0,0010324	0,0004916	0,0011062	0,0012389
37	0,000295	0,00059	0,0011799	0,000295	0,000826

Таблица 3

Средняя ошибка при разделении train/test в соотношении 70 %/30 %

HL \ N	10	20	30	40	50
30	0,0005917	0,0006903	0,0010519	0,0017258	0,0019329
31	0,0011834	0,0015779	0,0017094	0,0016272	0,001144
32	0,0009862	0,002071	0,0009204	0,0011341	0,0015779
33	0,0011834	0,0005917	0,0011834	0,0013314	0,001144
34	0,0011834	0,0008876	0,0010519	0,0013314	0,0009073
35	0,0011834	0,0013807	0,0008547	0,0011834	0,001499
36	0,000789	0,0012821	0,0015779	0,0012821	0,001499
37	0,0021696	0,0015779	0,0011177	0,0010848	0,0010651

Таблица 4

Средняя ошибка при разделении train/test в соотношении 60 %/40 %

HL \ N	10	20	30	40	50
30	0,0029586	0,0027367	0,0019231	0,0028476	0,0021302
31	0,0019231	0,0031065	0,0017258	0,0016272	0,0016864
32	0,0025148	0,0031065	0,0021696	0,0015902	0,0025444
33	0,002071	0,0022189	0,0024655	0,0018861	0,0023077
34	0,0013314	0,0025148	0,002712	0,0019231	0,0033136
35	0,0023669	0,0025888	0,0015779	0,0015533	0,0019822
36	0,0035503	0,0014053	0,0015779	0,0027367	0,0017456
37	0,0019231	0,0014793	0,0025641	0,0022559	0,0020118

На основании полученных данных можно группировать значения средней ошибки модели и, исходя из полученных графиков, анализировать влияния параметров на качество обучения. По всем данным из таблиц уже можно заключить, что вероятность ошибки для всех вариантов моделей не превышает 0.4 %.

2.1. Группировка по числу нейронов в скрытом слое

В данном разделе приводятся графики группировки средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества в пропорциях $R_{tr/te}$, обозначенные далее как Асс_90/10, Асс_80/20, Асс_70/30 и Асс_60/40. Каждый график соответствует определенному количеству нейронов в единственном скрытом слое, обозначаемые как HL, содержащие 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 нейронов. По оси абсцисс отложено количество параллельных обучений N моделей в методе «repeated random sub-sampling validation».

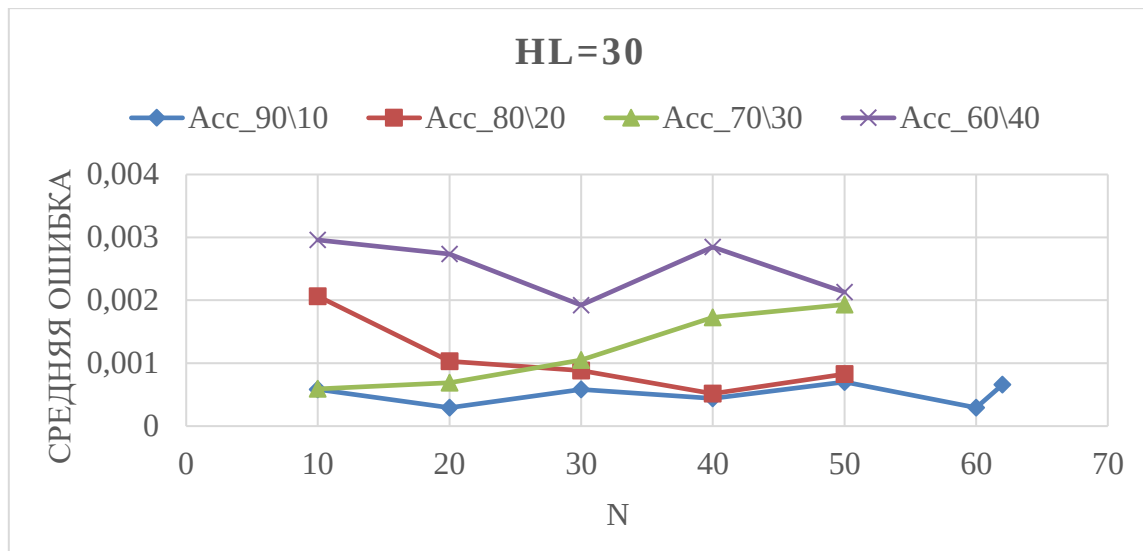


Рис. 3.1. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 30 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.1, в среднем, чем больше данных используется для обучения модели, тем лучше оказывается прогноз на проверочной выборке. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка практически всегда ниже по сравнению с остальными случаями. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка при росте N монотонно снижается, достигая минимума при N=40, а затем начинает расти. При использовании 70 % данных для обучения видно, что средняя ошибка строго монотонно растет для всех выбранных N. Использование 60 % данных оказалось абсолютно неэффективным – для всех N средняя ошибка больше, чем в иных случаях, причем имеется локальный минимум средней ошибки.

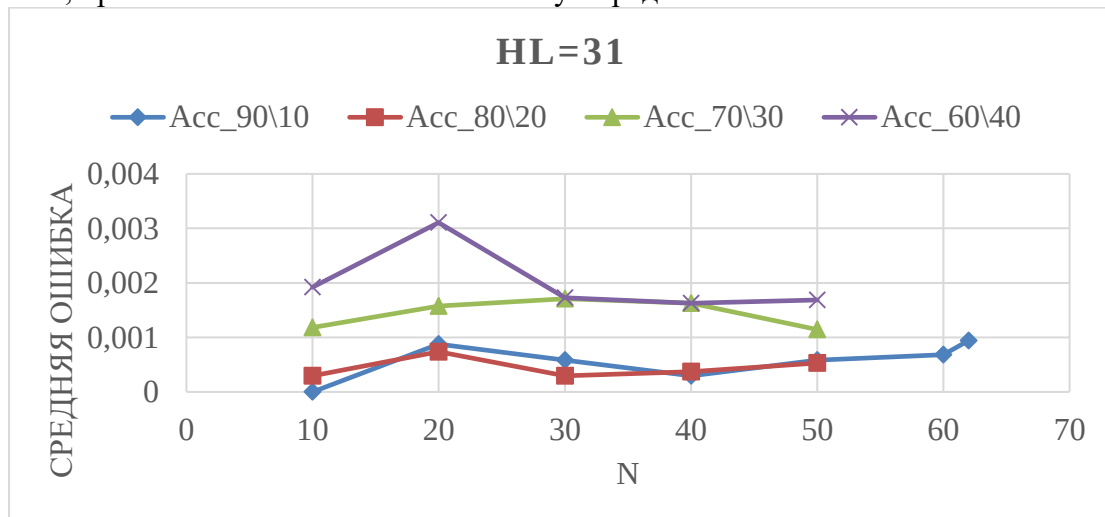


Рис. 3.2. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 31 нейрона в скрытом слое

Как видно из графика 3.2, ситуация схожа с предыдущей: в среднем, чем больше данных используется для обучения модели, тем меньше средняя ошибка модели. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка изменяется немонотонно, достигая локального минимума при N=40, после чего начинает линейно расти. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка при росте N ведет себя таким же образом, что и при 90 %, однако имеет нулевую ошибку на проверочных данных при N=10 и локальный ненулевой минимум при N=30, после чего также начинает строго

монотонно расти. При использовании 70 % данных для обучения складывается необычная картина – сначала средняя ошибка растет, достигая максимума при $N=30$, после чего начинает падать. График при использовании 60 % данных показывает плохую точность – при $N=20$ средняя ошибка максимальна, после чего идет минимум при $N=40$ и далее небольшой рост ошибки.

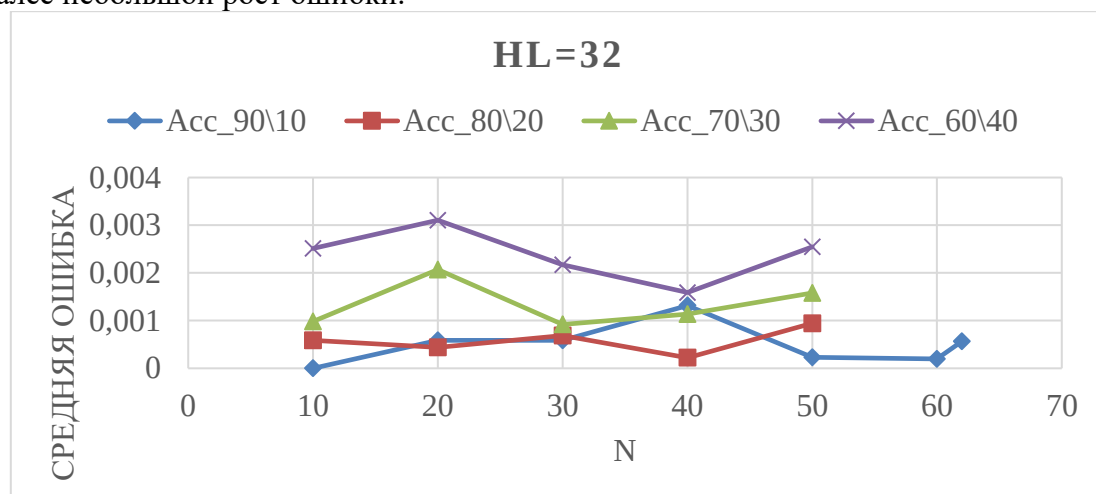


Рис. 3.3. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 32 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.3, средняя ошибка уменьшается при увеличении объема выборки для обучения модели. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка постепенно растет, достигает максимума при $N=40$, после чего достигает локального минимума при $N=60$. При этом глобальный минимум с нулевой ошибкой достигается еще при $N=10$. Выбор 80 % для обучения показывает почти не изменяющуюся точность, причем на уровне выбора 90 % для обучения – минимум ошибки достигается при $N=40$, после чего ошибка начинает расти. При использовании 70 % данных для обучения видна периодическая зависимость средней ошибки, причем максимум достигается при $N=20$, а минимум достигается при $N=30$. Использование 60 % данных демонстрирует схожую картину с предыдущим случаем для 70 %, однако ожидаемая ошибка выше, а минимум достигается при $N=40$.

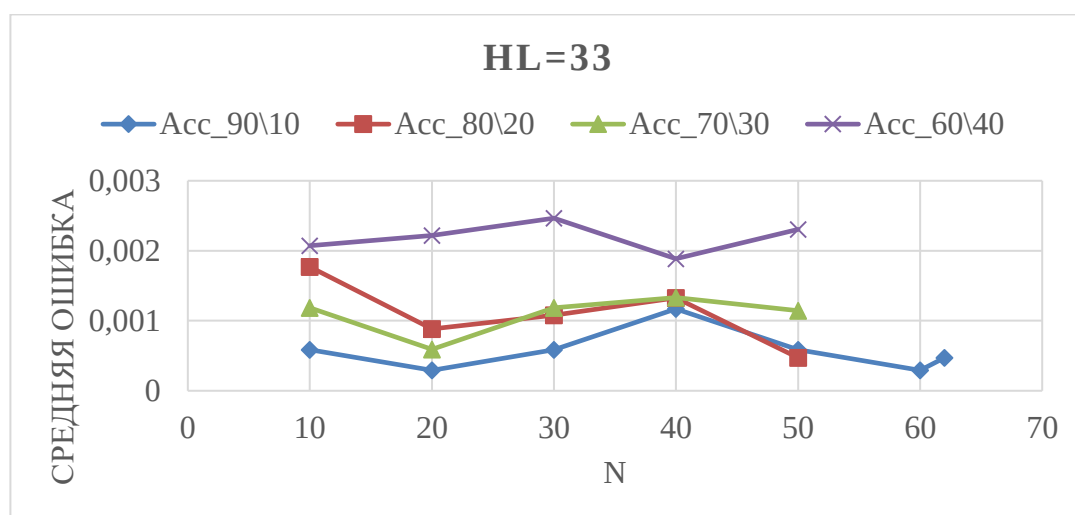


Рис. 3.4. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 33 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.4, как и в предыдущих случаях, чем больше объем обучающей выборки, тем лучше происходит обучение модели, но только при рассмотрении крайних случаев – $R_{tr/te}=90\%/10\%$ и $R_{tr/te}=60\%/40\%$. При использовании 90 % данных для обучения почти при всех N достигается наилучшая точность, причем имеются два одинаковых минимума средней ошибки – при $N=20$ и при $N=60$. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка почти монотонно уменьшается при росте N и достигает минимума при $N=50$. При использовании 70 % данных для обучения видно, что средняя ошибка сначала уменьшается до минимума при $N=20$, после чего начинает увеличиваться и при $N=50$ приходит к небольшому локальному минимуму. Использование 60 % данных показало, как и в предыдущих случаях, почти постоянную неэффективность по сравнению с прочими случаями – минимум при $N=40$ стоит выше, чем максимум ошибки среди прочих случаев.

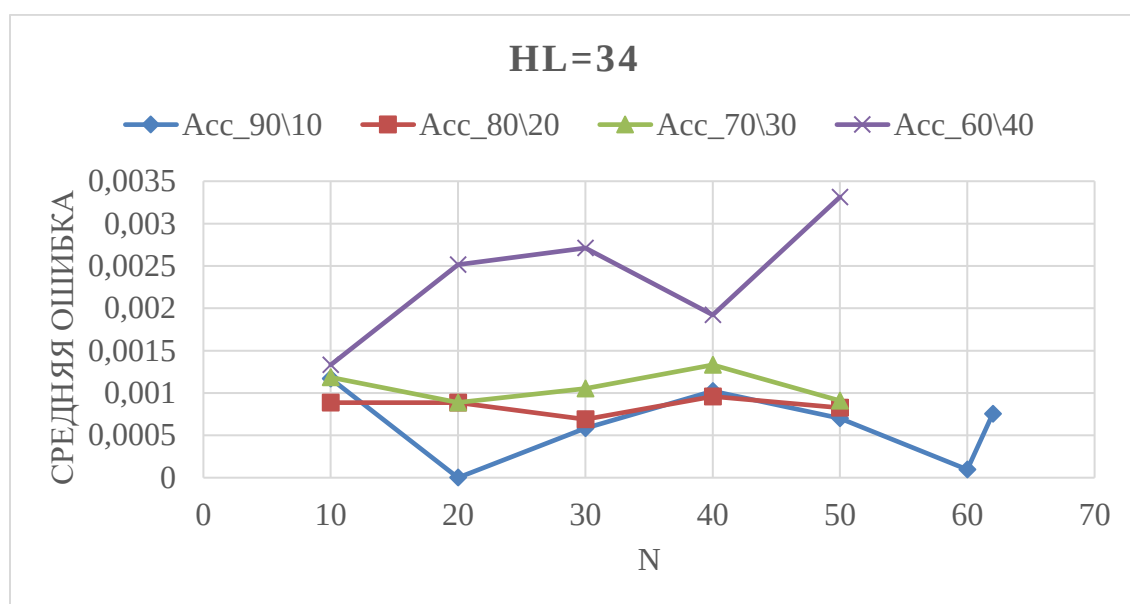


Рис. 3.5. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 34 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.5, сохраняется тенденция улучшения средней точности с увеличением количества данных для обучения. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка достигает двух минимумов: глобальный при $N=20$ и локальный при $N=60$, причем последний не сильно отличается по значению от первого. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка практически не зависит от N и держится на уровне максимальной ошибки случая 90 % при обучении. При использовании 70 % данных для обучения видно, что средняя ошибка также почти не изменяется при росте N и в среднем немного выше случая 80 %. Использование 60 % данных сильно отличается: глобальный минимум достигается сразу на $N=10$, далее идет сильный рост с небольшим локальным минимумом.

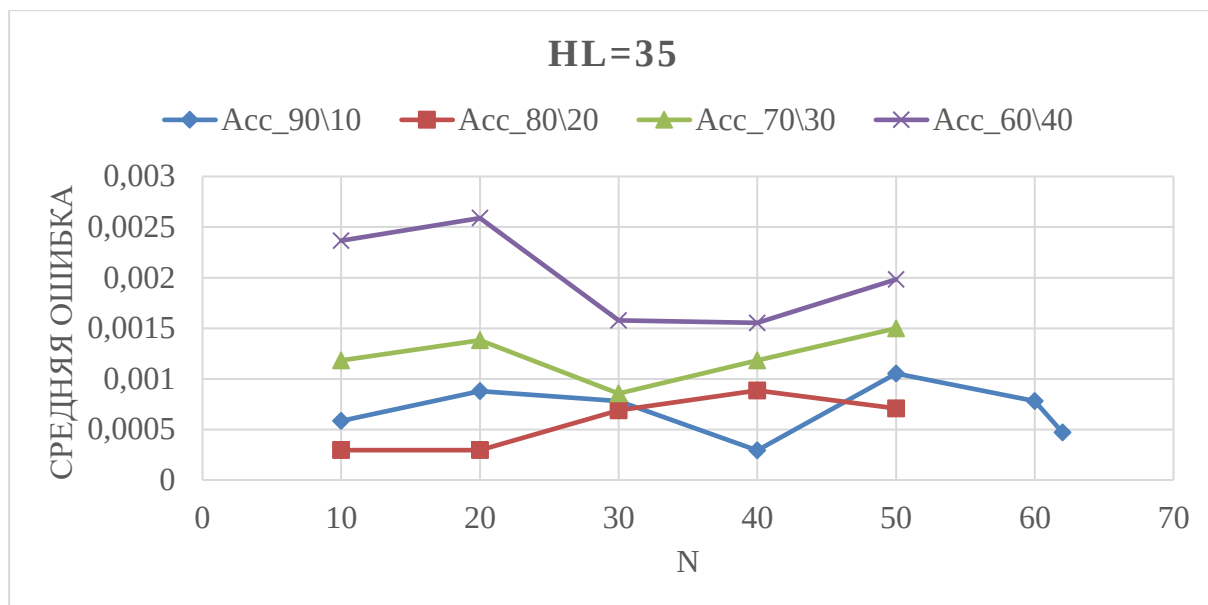


Рис. 3.6. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 35 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.6, средняя ошибка уменьшается с увеличением объема выборки для обучения. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка претерпевает колебания, достигая глобального минимума при $N=40$, после чего растет и постепенно начинает все сильнее уменьшаться. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка минимальна при $N=10$ и $N=20$, после чего непрерывно растет с увеличением N , а в конце немного уменьшается. При использовании 70 % данных для обучения видно, что средняя ошибка колеблется аналогично случаю при 90 %, имея минимум ошибки при $N=30$. Использование 60 % данных также показывает колебание средней ошибки, при этом достигая минимума при $N=40$.

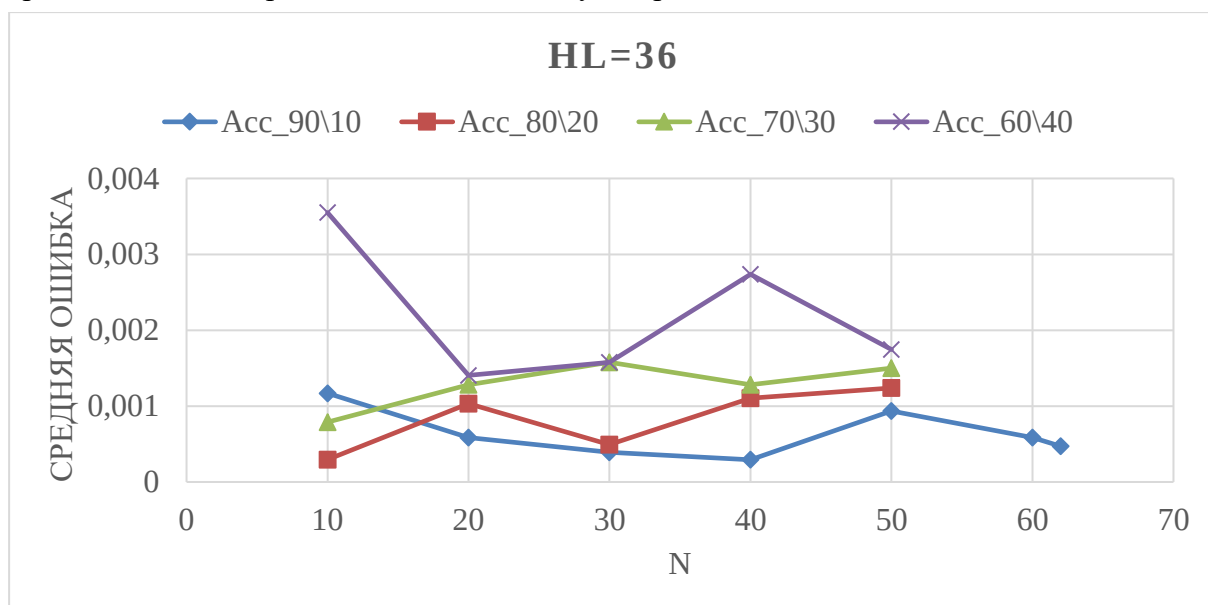


Рис. 3.7. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 36 нейронов в скрытом слое

Как видно из графика 3.7, общая тенденция к уменьшению средней ошибки при увеличении обучающего множества сохраняется. При использовании 90 % данных для обучения средняя ошибка почти не меняется, однако достигает минимума при $N=40$,

после чего поднимается и снова начинает уменьшаться. Выбор 80 % для обучения показывает, что средняя ошибка постепенно увеличивается с ростом N, однако при N=30 достигает локального минимума. При использовании 70 % данных для обучения, аналогично, ошибка растет, достигая локального минимума при N=40. Использование 60 % данных показывает сильные изменения в средней ошибке при разных N, глобальный минимум достигается при N=20, после чего идет рост и локальное снижение при N=50.

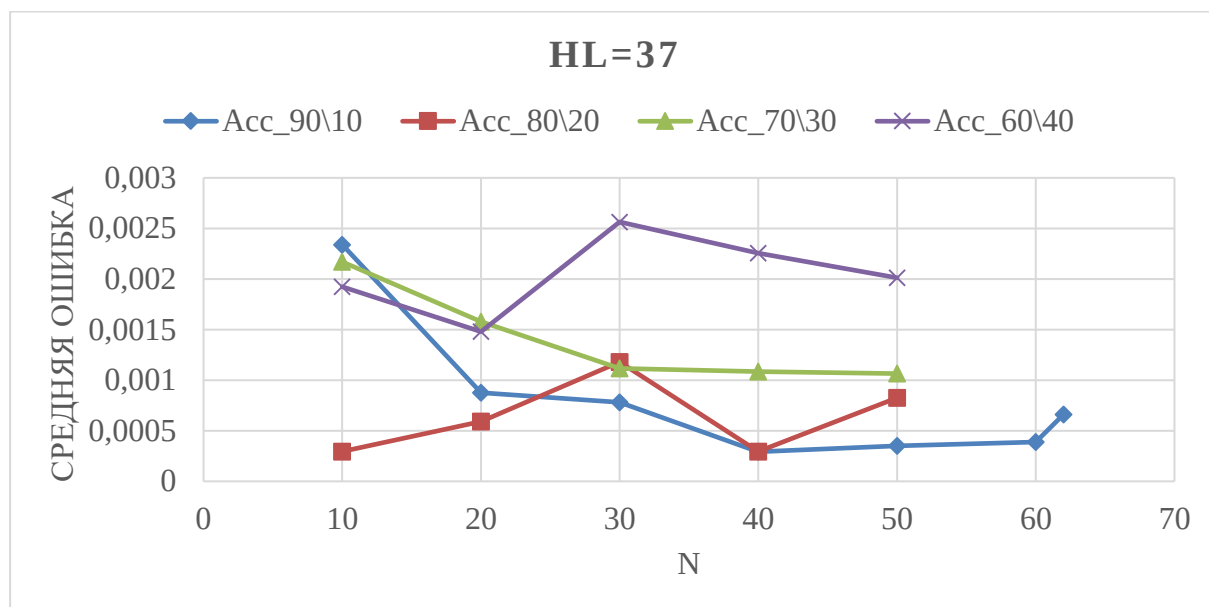


Рис. 3.8. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных N для 37 нейронов в скрытом слое

Рисунок 3.8, в целом, подтверждает общее правило – чем больше используется данных для обучения, тем меньше в среднем ошибка. Выбор 90 % данных для обучения модели показывает постепенное уменьшение средней ошибки при росте N, при этом минимум достигается при N=40, после чего идет небольшой рост. При обучении на 80 % данных ошибка сначала растет, после чего быстро достигает минимума при N=40 и снова начинает расти. При использовании 70 % средняя ошибка строго монотонно уменьшается для всех выбранных N, то есть минимальна при N=50. Наконец, выбор 60 % данных подтверждает предыдущие выводы – ошибка гораздо выше остальных случаев, лишь в начале интервала до N=20 ошибка на уровне вариантов 90 и 70 %.

2.2. Группировка по разбиению данных на обучающее и проверочное множества

В данном разделе приводятся графики группировки средней ошибки модели по количеству нейронов в единственном скрытом слое в размерах HL=30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 нейронов, обозначаемые как Асс_30, Асс_31, Асс_32, Асс_33, Асс_34, Асс_35, Асс_36 и Асс_37. Каждый график соответствует определенному разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества в размерах 90%/10%, 80%/20%, 70%/30% и 60%/40%, что отражено в заголовке каждого графика. По оси абсцисс отложено количество параллельных обучений N.

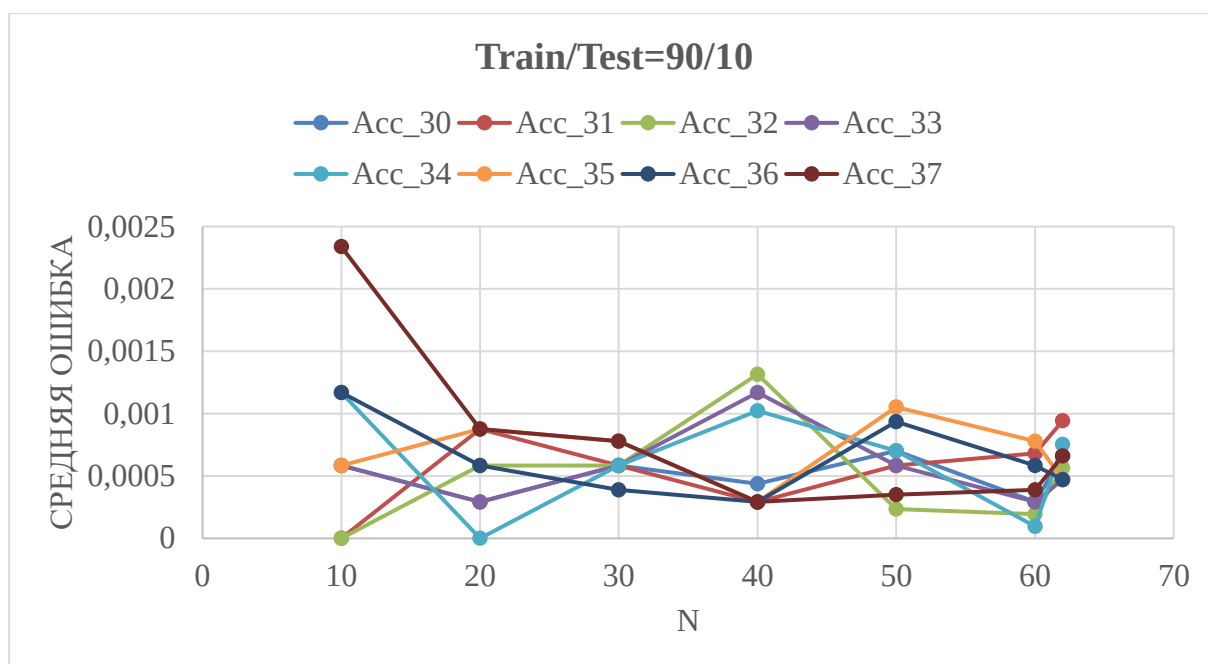


Рис. 3.9. Группировка средней ошибки модели по числу нейронов в скрытом слое при различных N для разбиения базы данных в отношении 90 % на обучение и 10 % на проверку

Исходя из рисунка 3.9 можно сделать вывод, что точность модели при обучении на 90 % данных претерпевает постепенную сходимость по мере увеличения числа N , лишь иногда имея небольшие расхожимости. Точность хорошо сходится при $N=30$, а также в районе $N=60$ и $N=62$ для всех архитектур НС. Расхожимость ожидаема при малых N , но также видна и при $N=40$, где результаты распределяются в два кластера: нижний, с количествами нейронов в скрытом слое 30, 31, 35, 36 и 37, и верхний – 32, 33 и 34. В конечной точке $N=62$ есть небольшой выброс с архитектурой 31.

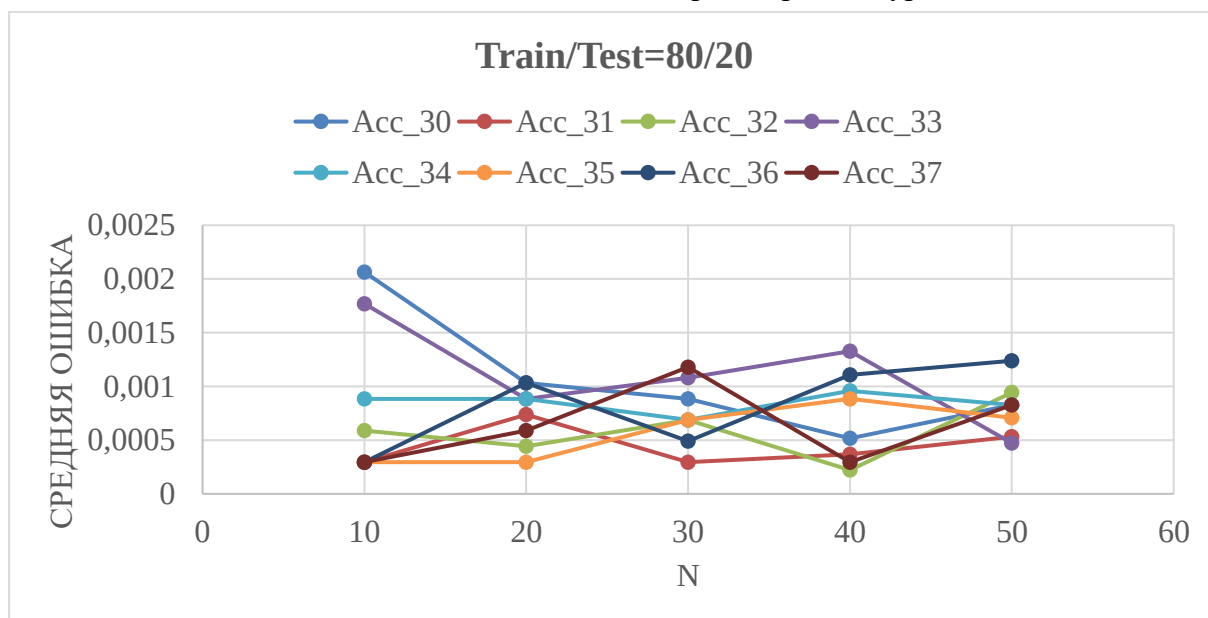


Рис. 3.10. Группировка средней ошибки модели по числу нейронов в скрытом слое при различных N для разбиения базы данных в отношении 80 % на обучение и 20 % на проверку

Рисунок 3.10 показывает, что при выборе 80 % данных для обучения модели средняя точность также постепенно сходится, но уже не так явно. Легко видеть, что уже начиная с $N=20$ и до конца средняя ошибка слабо изменяет свой разброс по всем

архитектурам. В точке N=30 результаты почти равномерно распределены между друг другом. Однако при N=40 можно выявить два заметных кластера: нижний, с количествами нейронов в скрытом слое 30, 31, 32 и 37, и верхний – 33, 34, 35 и 36. Далее, при N=50, результаты приходят примерно в одну область, за исключением архитектуры с количеством нейронов 36.

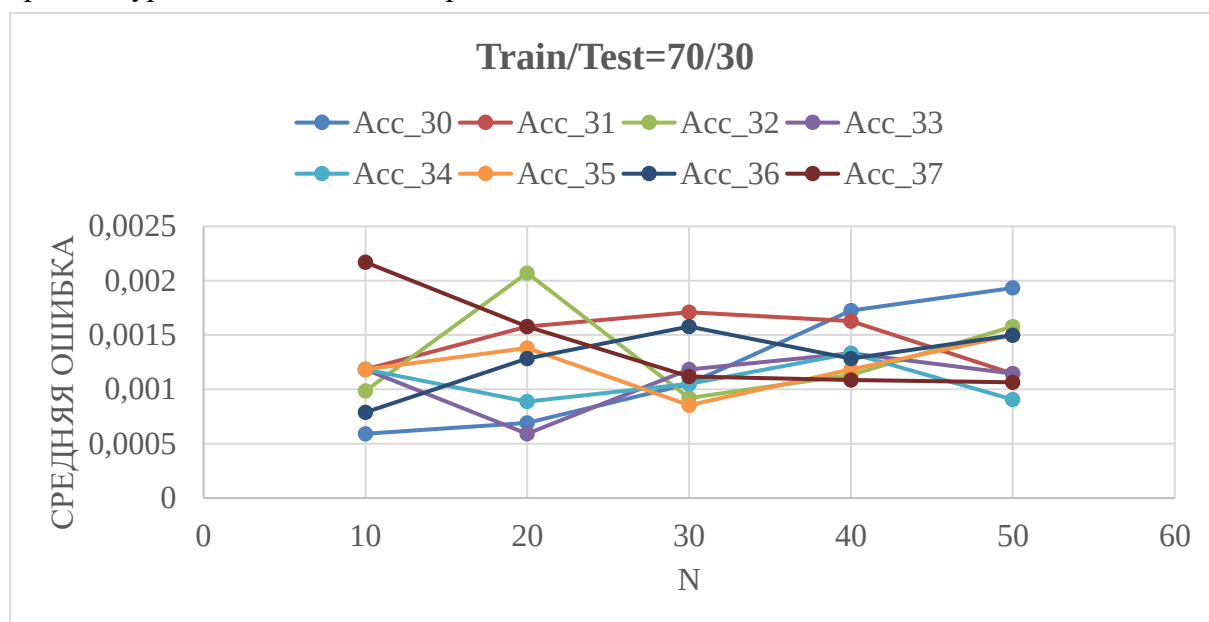


Рис. 3.11. Группировка средней ошибки модели по числу нейронов в скрытом слое при различных N для разбиения базы данных в отношении 70 % на обучение и 30 % на проверку

Исходя из рисунка 3.11, можно заключить, что сходимость проходит гораздо хуже случая с 70 % данных для обучения. Видны схожие тенденции с выделением двух кластеров при N=20, N=30 и N=40. В крайнем варианте, при N=50, общей сходимости также не удастся получить, так как различные варианты архитектур сходятся к разным областям, вдобавок к чему архитектура с количеством нейронов в скрытом слое 30 заметно выше остальных.

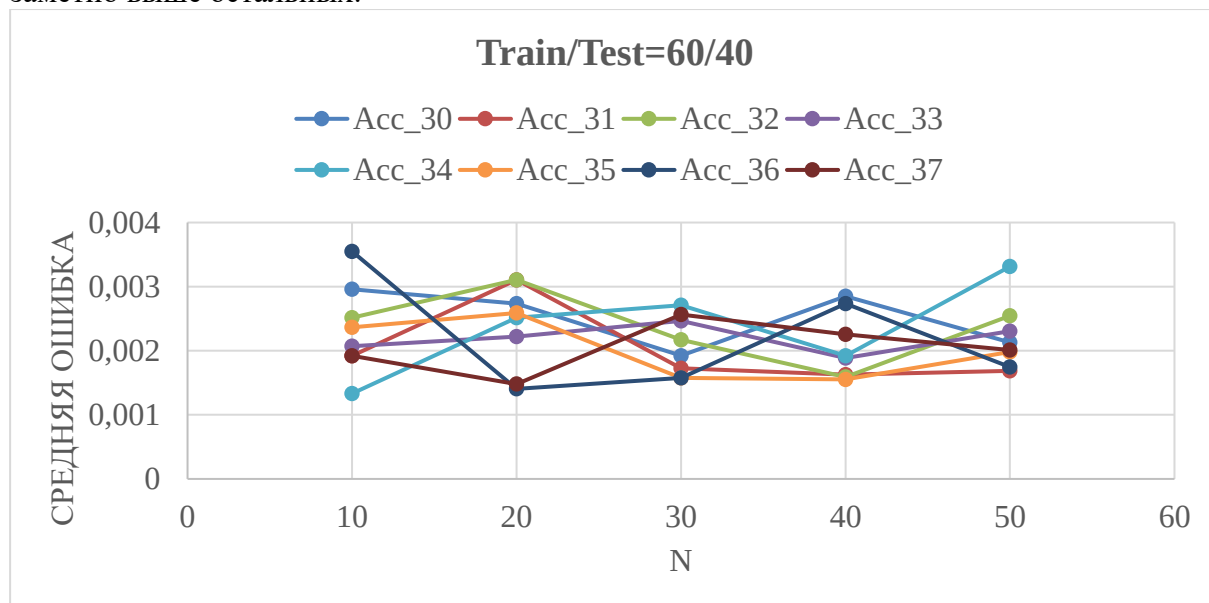


Рис. 3.12. Группировка средней ошибки модели по числу нейронов в скрытом слое при различных N для разбиения базы данных в отношении 60 % на обучение и 40 % на проверку

Наконец, рисунок 3.12 показывает схожую картину с вариантом на рис. 3.11, однако есть заметные отличия. Во-первых, сразу можно заметить общий кластер почти равномерно распределенных точек при $N=50$ и одну выбивающуюся при архитектуре с 34 нейронами в скрытом слое. Во-вторых, на промежуточных N точки не формируются в отдельные кластеры – даже если появляется общая область для некоторых архитектур, остальные не формируют свой кластер, а распределены во некоторому отрезку.

2.3. Группировка по N

В данном разделе приводятся графики группировки средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества в пропорциях $R_{tr/te}$, обозначенные далее как Acc_90/10, Acc_80/20, Acc_70/30 и Acc_60/40. Каждый график на рисунках 3.13–3.18 соответствует количеству параллельных обучений N моделей в методе «repeated random sub-sampling validation». По оси абсцисс отложено количество нейронов в единственном скрытом слое: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 нейронов.

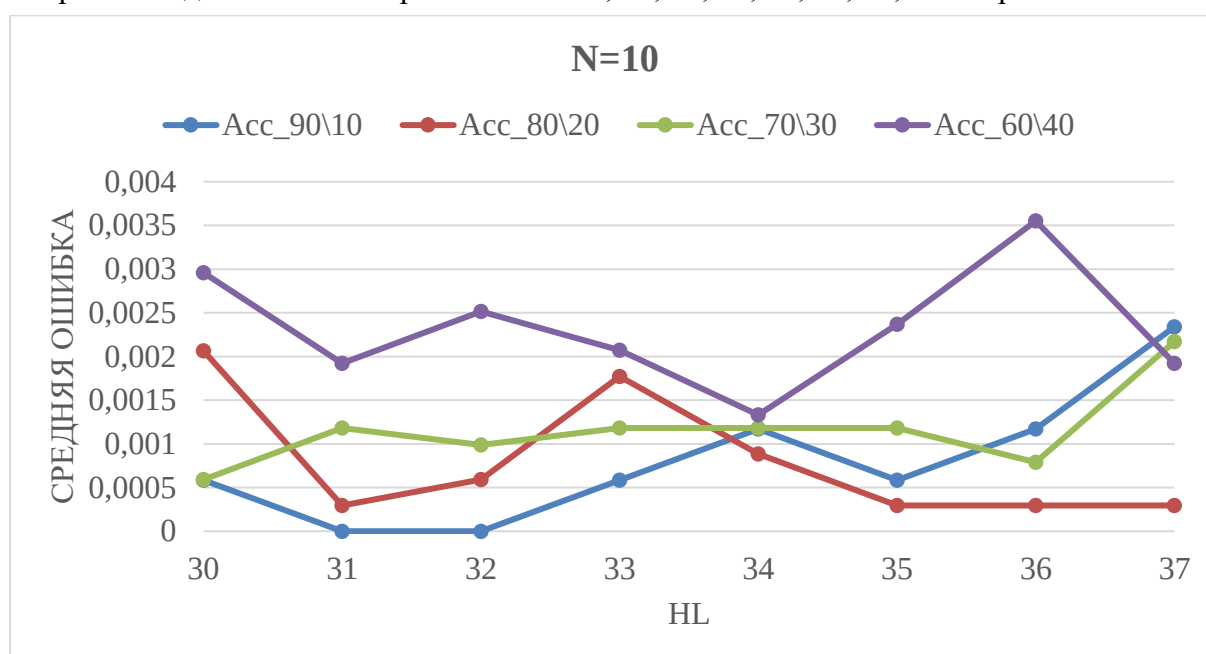


Рис. 3.13. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для $N=10$

Рисунок 3.13 демонстрирует следующие результаты. Для выбора 90 % данных для обучения модели наилучшая средняя точность достигается для архитектур с 31 и 32 нейронами в скрытом слое. Далее средняя ошибка начинает расти, что указывает на то, что модель НС становится излишне сложной. Использование 80 % данных для обучения показывает два оптимума: при 31 нейроне в скрытом слое и при 35, 36 и 37 нейронах, что формирует «плато» сходимости по точности для данного варианта. Вариант с 70 % показывает почти не изменяющуюся картину, минимум которой приходится на 30 нейронов в скрытом слое. Наконец, выбор 60 % данных для обучения демонстрирует сильно меняющуюся картину, которая имеет минимум средней ошибки при 34 нейронах в скрытом слое.

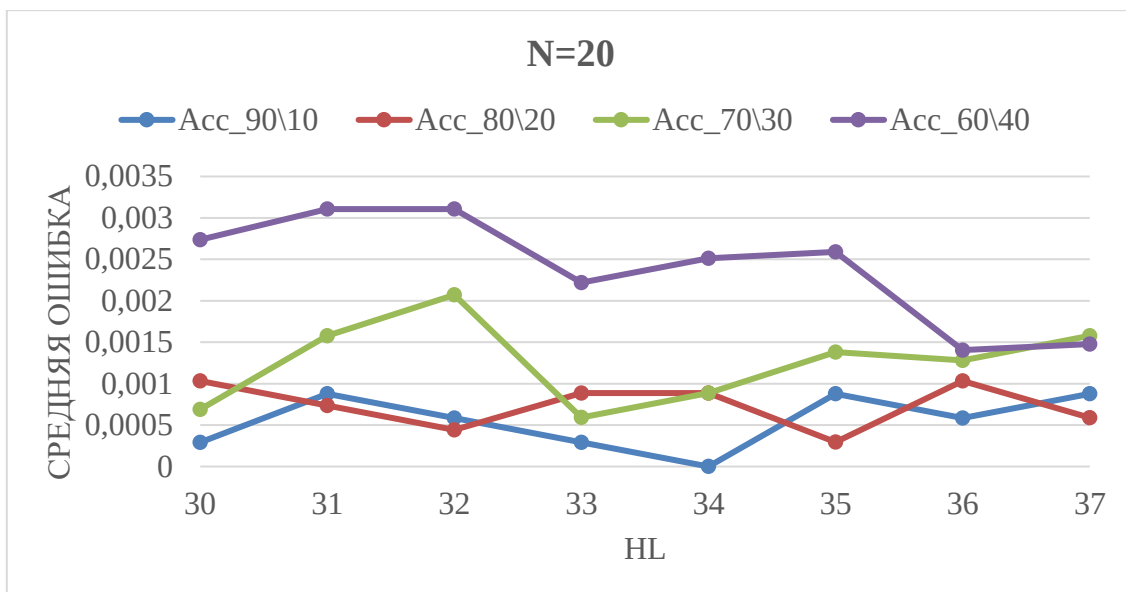


Рис. 3.14. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для $N=20$

На рисунке 3.14 показаны похожие результаты, демонстрирующие улучшающуюся точность с увеличением выборки для обучения. Использование 90% данных указывает на то, что средняя ошибка постепенно уменьшается, при 34 нейронах в скрытом слое достигается полная точность на проверочной выборке, после чего ошибка начинает расти. При выборе 80 % данных для обучения модели НС средняя ошибка практически не изменяется, претерпевая небольшие изменения и принимая минимальное значение при 35 нейронах в скрытом слое. 70 % данных приводит к сильным возмущениям в точности модели: минимальные ошибки достигаются при 30 и 33 нейронах, между которыми идет сильный подъем ошибки, после второго минимума также следует непрерывный заметный рост ошибки. Выбор 60 % данных показывает периодическую картину с постепенным ростом средней ошибки, после чего происходит значительное увеличение точности, при этом наилучший результат достигается при 36 нейронах в скрытом слое.

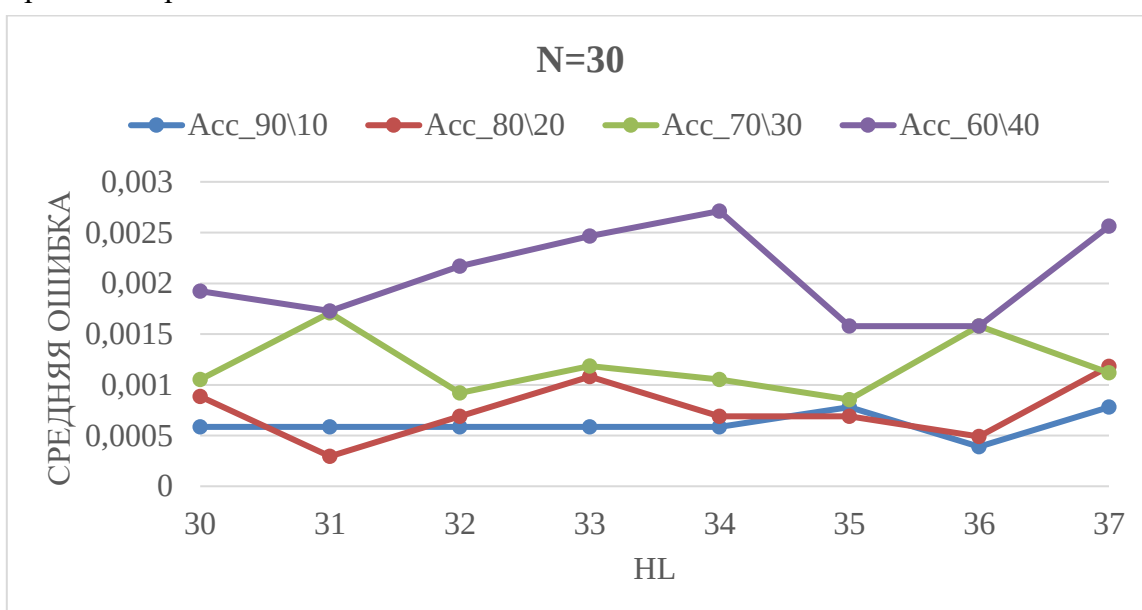


Рис. 3.15. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для $N=30$

На рисунке 3.15 показана такая картина. Выбор 90 % данных для обучения приводит к почти неизменяющейся средней ошибке модели, однако в архитектурах, где число нейронов в скрытом слое больше 34, начинают наблюдаться заметные возмущения в точности – минимум ошибки достигается при 36 нейронах. Использование 80 % данных для обучения модели НС средняя ошибка находится на уровне случая 90 %, но с заметными возмущениями для всех архитектур, причем наилучший результат показывает модель с 31 нейроном в скрытом слое. При использовании 70 % данных средняя ошибка показывает завышенные показатели по сравнению с предыдущими случаями практически для любой архитектуры – наилучшая точность достигается при 35 нейронах в скрытом слое и практически не отличается от вариантов 90 % и 80 %. Выбор 60 % данных для обучения показывает еще худший результат для всех архитектур, лишь два раза совпадая с вариантом для 70 %, среди которых максимальная точность показана при 36 нейронах в скрытом слое.

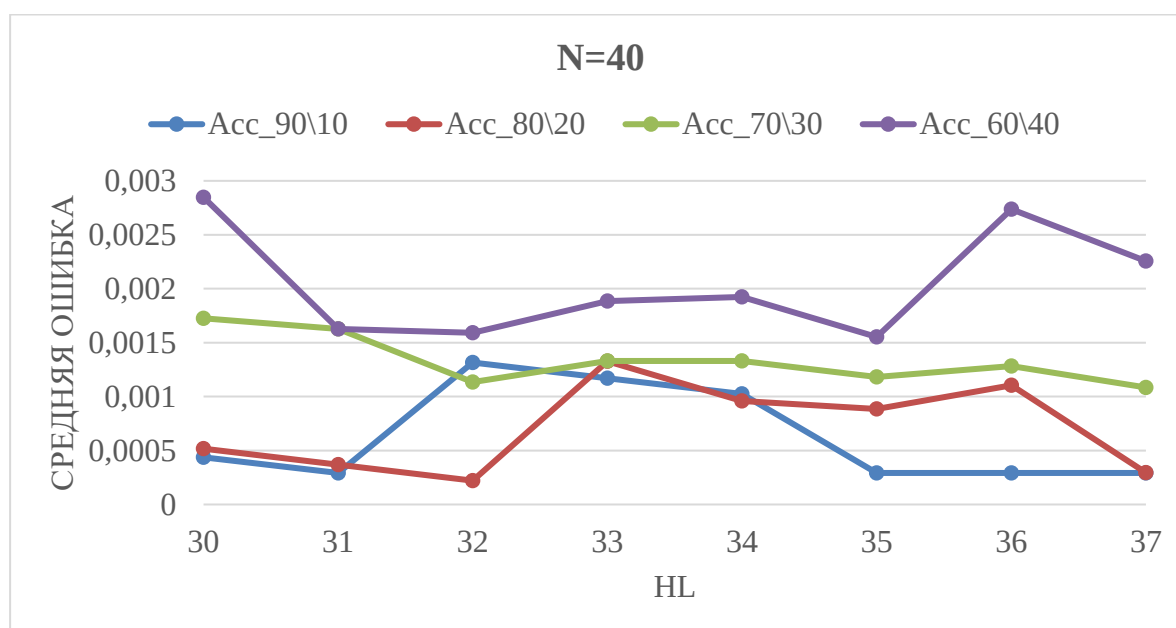


Рис. 3.16. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для $N=40$

На рисунке 3.16 видна необычная картина. Использование 90 % данных для обучения модели приводит к двум минимумам средней ошибки: сначала при 31 нейроне в скрытом слое, а затем в конце рассматриваемых архитектур для 35, 36 и 37 нейронов, то есть формируя «плато» точности. Выбор 80 % данных схож с предыдущим случаем, но выглядит сдвинутым и растянутым – минимума также два: для 32 и 37 нейронов. При использовании 70 % данных для обучения заметно постепенное снижение средней ошибки при увеличении количества нейронов в скрытом слое – минимум достигается для 37 нейронов. Вариант с 60 % обучающих данных напоминает обратную картину первых двух вариантов: сначала ошибка снижается, после чего формируется «плато» точности (архитектуры с 31 до 35 нейронов в скрытом слое), затем ошибка поднимается почти до первоначальной и только в конце отрезка немного снижается.

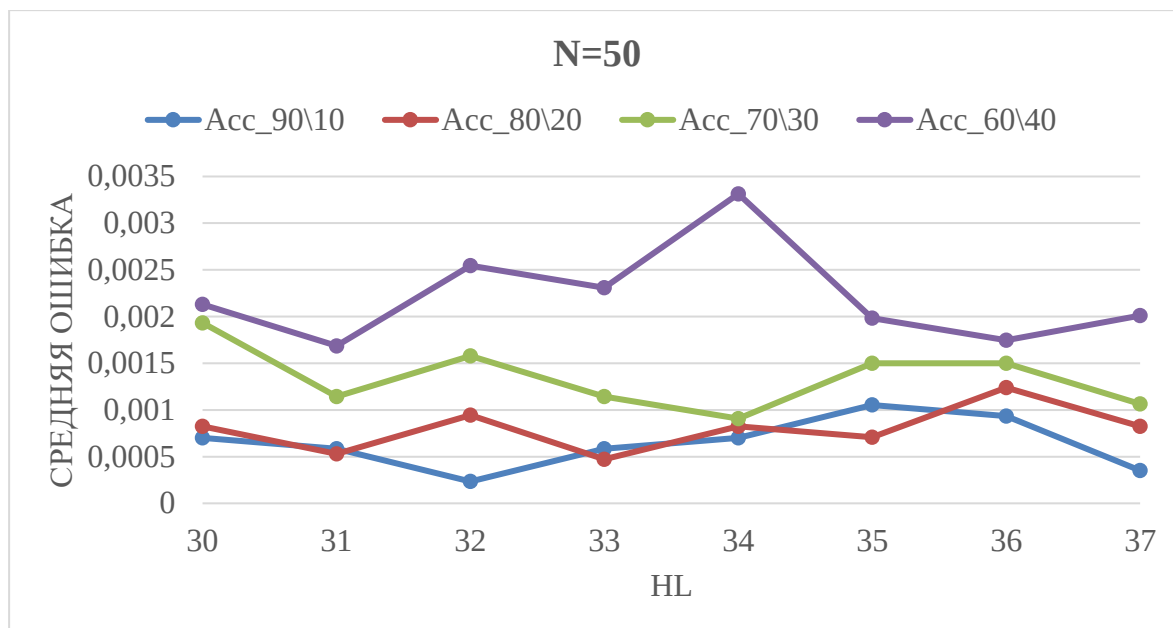


Рис. 3.17. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для N=50

Рисунок 3.17 показывает следующие результаты. При использовании 90 % данных для обучения наблюдается слабая «волна» средней ошибки, минимумы которой находятся при 32 и 37 нейронах в скрытом слое. Вариант с 80 % обучающих данных схож с предыдущим вариантом, однако наблюдается заметный растущий тренд средней ошибки, при этом также имеется два минимума – при 31 и 33 нейронах в скрытом слое. Использование 70 % данных для обучения модели НС демонстрирует также колеблющуюся, но завышенную ошибку, при этом минимум достигается при 34 нейронах. Выбор 60 % данных для обучения показывает наихудший результат для всех рассматриваемых архитектур, притом имея сильные перепады в точности даже при изменении количества нейронов в скрытом слое на один.

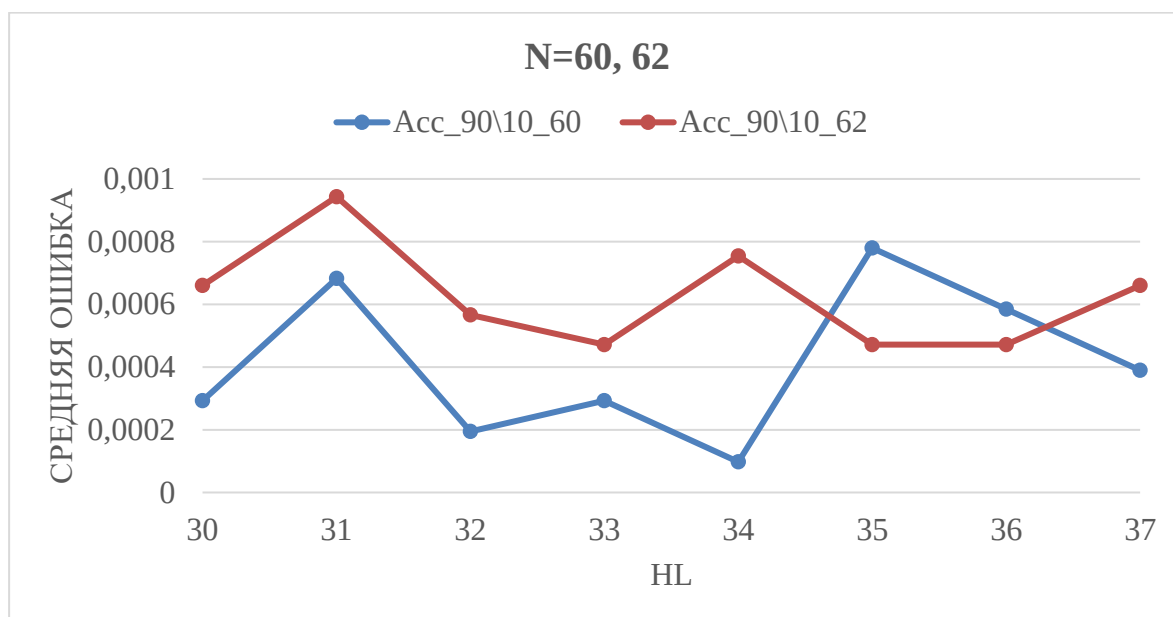


Рис. 3.18. Группировка средней ошибки модели по разбиению базы данных на обучающее и проверочное множества при различных количествах нейронов в скрытом слое для N=60 и N=62

Последний рисунок 3.18 объединяет результаты построения средних ошибок относительно вариантов архитектур как для $N=60$, так и для $N=62$. Причины две: во-первых, для данных N рассматривалось только 90 %/10 % разбиение, во-вторых, данные N не сильно отличаются друг от друга. Для варианта $N=60$ видны сильные возмущения в средней ошибке даже при изменении количества нейронов на один. При этом область 32–24 нейронов в скрытом слое можно назвать оптимальной архитектурой с наименьшей ошибкой при 34 нейронах в скрытом слое. При $N=62$ средняя ошибка как правило выше предыдущего варианта, кроме области с 35 и 36 нейронами, где и достигается минимум ошибки для данного варианта. Однако возмущения ошибки слабее, что указывает на лучшую сходимость результатов.

2.4. Выводы

Как видно из приведенных выше графиков 3.1 – 3.18, средняя ошибка всегда ведет себя сложным, нелинейным образом, даже в рамках каждой группировки. Однако удается выявить общие закономерности в характере средней ошибки, изложенные далее.

Анализ группировки по числу нейронов в скрытом слое показывает, что чем больше выборка из базы данных используется для обучения, тем меньше оказывается средняя ошибка. Ошибка при $R_{tr/te}=90\%/10\%$ находится в отрезке $E=[0; 0.0023392]$, среднее $E_{90mean}=0.000612$, в то время как при $R_{tr/te}=60\%/40\%$ ошибка лежит в отрезке $E=[0.0013314; 0.0035503]$, среднее $E_{60mean}=0.00221635$. При этом происходит интересная ситуация: сначала, в рамках перекрестной проверки, для всех пропорций $R_{tr/te}$ каждый вариант из N моделей проходит процедуру переобучения на данных до достижения 100 % точности (то есть подгонка параметров модели под все множество A_{tr}). После чего на множестве A_{te} идет проверка всех N моделей и вычисление их ошибок. Средняя ошибка в рамках перекрестной проверки вычисляется как математическое ожидание всех ошибок данных N моделей. Факт переобучения подтверждается тем, что на A_{tr} достигается нулевая ошибка, а на A_{te} ошибка в подавляющем большинстве ненулевая (средняя ошибка, равная нулю, достигается только в трех случаях при $R_{tr/te}=90\%/10\%$). В таком случае видно, что средняя ошибка данного подхода растет с уменьшением количества данных для обучения, что указывает на недообучение всей модели. При этом важно учитывать, что из-за того, что ошибка регулярно испытывает колебания при различных N , варианты с разбиением базы данных на меньшее обучающее множество могут давать лучший результат, чем другие варианты, где реализовано разбиение на большее обучающее множество. Например, средняя ошибка при $R_{tr/te}=90\%/10\%$ и $N=10$ в случае $HL=37$ в 2 раза превышает среднюю ошибку при $HL=30$. Также следует обратить внимание, что ошибка может изменяться немонотонно и иметь множество локальных минимумов.

Исходя из группировки по разбиению данных на обучающую и проверочную выборки можно заключить, что при различных N средняя ошибка может сходиться в одну общую область для всех архитектур НС. При этом, некоторые архитектуры, не имеющие явные общие признаки, могут сбиваться в различные кластеры, которые заметно отличаются по результирующим ошибкам. Наконец, исходя из частных выводов данной группировки, следуют исключения – в некоторых случаях происходят непредсказуемые изменения средней точности для некоторых архитектур, которые не попадают в формируемые кластеры по средней точности с другими архитектурами.

Группировка по N показывает, что сохраняется вывод о том, что чем больше данных используется для обучения, тем, в среднем, будет меньше ошибка на проверочной выборке. Также можно заключить, что существуют оптимальные архитектуры, для которых будет реализовываться наилучшая точность. При добавлении

новых нейронов в скрытый слой ошибка будет расти, что соответствует общему правилу переобучения модели.

Заключение

В данной работе был представлен метод по определению видов аварий на АЭС с использованием искусственных нейронных сетей. Сделан акцент на проверке качества модели с использованием кроссвалидации. Обоснована актуальность работы.

Описана методология применения НС для определения видов аварий на АЭС, а также приведены конкретные используемые параметры в проводимых вычислениях. Показано, что вся методика строится на множестве важных и сложных шагах, каждый из которых необходимо учесть в работе и детально проработать в силу многих неопределенностей такой сложной системы, как АЭС, а также ответственности в обеспечении ее безопасности.

Было проведено исследование влияния архитектуры НС, объема данных для обучения и проверки, а также количества параллельно обучаемых моделей НС в рамках перекрестной проверки «repeated random sub-sampling validation» на среднюю точность результирующей модели. После проведения расчетов и сбора данных в таблицы 1–4 все результаты были проанализированы по нескольким параметрам. Группировка и отображение проводилось по архитектуре НС (количеству нейронов в скрытом слое), по объему данных для обучения моделей и по вариантам перекрестной проверки. Все зависимости представлены в графическом виде. После каждого графика приведен краткий анализ полученных результатов. В конце сделаны общие выводы по полученным данным: увеличение объема обучающей выборки, а также рост количества обучаемых моделей НС в перекрестной проверке типа «repeated random sub-sampling validation» приводит к заметному уменьшению средней ошибки модели. Рост числа нейронов в скрытом слое также может приводить к улучшению точности модели, однако, такой эффект не является сильно значимым и может достигаться при малых количествах нейронов, но с другими параметрами перекрестной проверки или большего объема данных для обучения.

В дальнейших работах планируется детальнее исследовать влияние объема базы данных для обучения, а также новых моделей перекрестной проверки на точность модели НС. Полученные результаты могут быть использованы в оптимизации системы поддержки оператора по определению видов потенциальных аварий на АЭС, а также более грамотной настройки базы данных для улучшения качества настройки модели.

Список литературы

1. Комментарии к федеральным нормам и правилам «Общие положения обеспечения безопасности атомных станций» (НП-001-15) РБ-152-18 // утверждены приказом Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору от 3 октября 2018 г. № 486, с. 9.
2. Байбаков В. Д., Воробьев Ю. Б., Кузнецов В. Д. Коды для расчета ядерных реакторов: Учебное пособие. – М.: Издательство МЭИ, 2003. 161 с., ил.
3. Нигматулин, Б. И. Состояние и развитие отечественных системных теплогидравлических кодов для моделирования аварийных и нестационарных процессов на АЭС с ВВЭР / Б. И. Нигматулин, О. И. Мелихов, С. Л. Соловьев // Теплоэнергетика. – 2001. – № 3. – С. 17–20.
4. Труды ИБРАЭ РАН / под общ. ред. чл.-кор. РАН Л. А. Большова; Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. — М.: Наука, 2007—. Вып. 12:

- Разработка и применение интегральных кодов для анализа безопасности АЭС / науч. ред. Р. В. Арутюнян. — 2011. — 304 с.: ил.
5. Glaeser Horst. Summary of existing uncertainty methods. OESD/CSNI Workshop on Best Estimate Methods and Uncertainty Evaluations. NEA/CSNI/R(2013)8/PART2. 2011. p. 5–15.
 6. Hong I.S., Oh D.Y, Kim I.G. Generic Application of Wilks' Tolerance Limit Evaluation Approach to Nuclear Safety. OESD/CSNI Workshop on Best Estimate Methods and Uncertainty Evaluations. 2011. p.16–25.
 7. S. S. Wilks. Determination of Sample Sizes for Setting Tolerance Limits. The Annals of Mathematical Statistics. 12(1), 91–96, (March, 1941).
 8. Daniel Wallach, David Makowski, James W. Jones, François Brun. Chapter 6 – Uncertainty and Sensitivity Analysis. Working with Dynamic Crop Models (Third Edition). Academic Press. 2019. Pages 209–250.
 9. Воробьев Ю.Б., Кузнецов В.Д., Мансури М. Оценка влияния неопределенных факторов при анализе аварийных процессов на АЭС с ВВЭР-1000 // Теплоэнергетика. 2006. № 9. С. 16—21.
 10. Мансури М. Анализ неопределенностей параметров при моделировании динамических процессов в контурах АЭС с ВВЭР: дис. на соиск ... к.т.н. М., 2005.
 11. Яшников Д.А. и др. Анализ неопределенности расчетов аварий с потерей теплоносителя для 1-го энергоблока Курской АЭС // Атомная энергия. 2005. Т. 98. Вып. 6. С. 422—428.
 12. Wang, Shitao. "Forward Propagation of Uncertainty and Sensitivity Analysis in an Integral Oil-Gas Plume Model" (2015). Open Access Theses. Paper 570, с. 45–46.
 13. Чыонг Ван Кхань Ньят. Метод идентификации типа и прогнозирование последствий аварии на АЭС: диссертация ... кандидата технических наук: 05.14.03 / Чыонг Ван Кхань Ньят; [Место защиты: Нац. исслед. ун-т МЭИ]. – Москва, 2016. – 177 с.: ил.
 14. Farrar, Donald E., and Robert R. Glauber. "Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited." The Review of Economics and Statistics, vol. 49, no. 1, 1967, pp. 92–107.
 15. Winship, Chris & Western, Bruce. Multicollinearity and Model Misspecification. Sociological Science. 3. 627–649. 2016.
 16. Fabian Tomaschek, Peter Hendrix, R. Harald Baayen. Strategies for addressing collinearity in multivariate linguistic data. Journal of Phonetics. Volume 71. 2018. Pages 249–267.
 17. Kalnins, Arturs. When does multicollinearity bias coefficients and cause type 1 errors? A reconciliation of Lindner, Puck, and Verbeke (2020) with Kalnins (2018). Journal of International Business Studies. 53. 2022.
 18. Tetko, I. V.; Livingstone, D. J.; Luik, A. I. (1995). "Neural network studies. 1. Comparison of Overfitting and Overtraining" (PDF). Journal of Chemical Information and Modeling. 35 (5): 826–833.
 19. Cybenko G. "Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function". Mathematics of Control, Signals and Systems, v.2, 1989, pp. 303–314.
 20. Воробьев Ю. Б., К.Н. Чыонг Ван. Система распознавания типа аварий на атомных электростанциях. Вестник МЭИ, 2015, №4, С. 14–20.
 21. Воробьев Ю.Б., Кузнецов В.Д. Идентификация аварийных ситуаций на АЭС и выработка оптимальных управляющих воздействий. Вестник МЭИ, 2006, №5, С. 17–24.
 22. Воробьев Ю.Б., Кузнецов В.Д. Возможность совместного использования нейронных сетей и интегральных кодов в системе поддержки операторов. «Известия высших учебных заведений – Ядерная Энергетика», Обнинск, 2002, № 4, С. 3–11.

23. С. Рашка, В. Мирджалили. Python и машинное обучение: машинное и глубокое обучение с использованием Python, scikit-learn и TensorFlow 2, 3-е изд.: Пер. с англ. – СПб. : ООО "Диалектика", 2020. – 848 с.: ил. – Парал. тит. англ.
24. Ling, Jun & Liu, Gao-Jun & Li, Jia-Liang & Shen, Xiao-Cheng & You, Dongdong. (2020). Fault prediction method for nuclear power machinery based on Bayesian PPCA recurrent neural network model. Nuclear Science and Techniques.
25. Yong, Shi & Linzi, Zhang. (2022). Robust Deep Auto-encoding Network for Real-time Anomaly Detection at Nuclear Power Plants. Process Safety and Environmental Protection. 163.
26. Zhou, Gang & Tan, Da. (2023). Review of nuclear power plant control research: Neural network-based methods. Annals of Nuclear Energy. 181.
27. Informatik, Fakultit & Bengio, Y. & Frasconi, Paolo & Schmidhuber, Jfirgen. (2003). Gradient Flow in Recurrent Nets: the Difficulty of Learning Long-Term Dependencies. A Field Guide to Dynamical Recurrent Neural Networks.
28. К. Н. Чыонг Ван, Воробьев Ю. Б. Определение наиболее опасных аварий на АЭС и идентификация их возникновения в процессе эксплуатации. Вестник МЭИ, 2016, №5, с. 30–38.
29. Seung Min Woo, Man-Sung Yim, Sunil S. Chirayath. The cost-benefit analysis of the optimal Type-I (α) and Type-II (β) error values for nuclear material accounting and safeguards. Progress in Nuclear Energy. Volume 108. 2018. Pages 281–285.